HARVEST 99

«سیالات - مفاهیم اساسی و خواص سیالات»

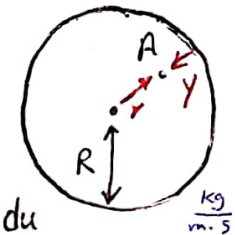
① مفاهیم اولیه و خواص

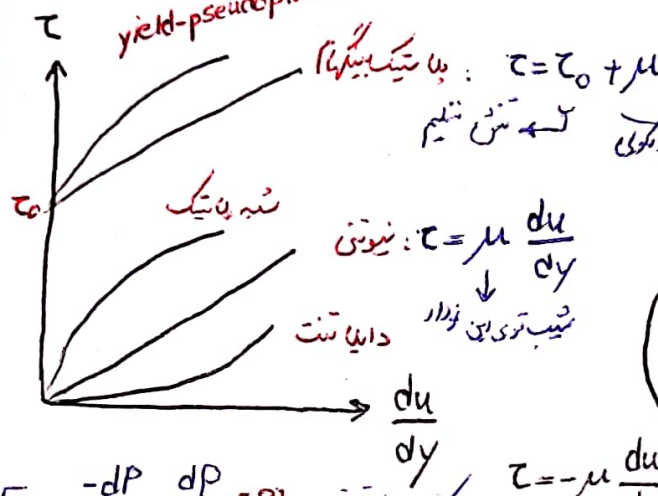
$\gamma = \rho g = \frac{W}{V} = [\frac{N}{m^3}]$

$S_\cdot = \frac{\rho}{\rho_{ref}} = \frac{\gamma}{\gamma_{ref}}$

$m = m_1 + m_2 \Rightarrow \rho V = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$

$\Rightarrow \rho = (\frac{V_1}{V})\rho_1 + (\frac{V_2}{V})\rho_2 \Rightarrow S = (\frac{V_1}{V})S_1 + (\frac{V_2}{V})S_2$





پلاستیک بینگهام: $\tau = \tau_0 + \mu \frac{du}{dy}$ ← تنش تسلیم ← استقال دوگلوی

نیوتنی: $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ ← شیب توزیع زودار

$\tau = -\mu \frac{du}{dr}$

$\frac{kg}{m \cdot s} = Pa.s$ poise $\rightarrow 1\ cP = 10^{-3}\ Pa.s$

$[\mu] = 1^{\ } = 10$ poise

$[\nu] = 1^{m^2/s} = 10^{4}$ stoks

- ویسکوزیته: μ دینامیکی، ν سینماتیکی، $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

- مدول بالک (الاستیسیته حجمی): $E_v = \frac{-dP}{\frac{dV}{V}} = \frac{dP}{\frac{d\rho}{\rho}}$ [P]

- ضریب انبساط حرارتی: $\alpha_T = \frac{\frac{dV}{V}}{dT} = \frac{-\frac{d\rho}{\rho}}{dT}$ $[\frac{1}{T}]$

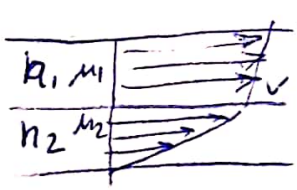
- توی مایعات: $\mu \propto \frac{1}{T}$ (بخاطر کاهش نیروهای بین مولکولی)

- توی گازها: $\mu \propto T$ (با افزایش برخورد مولکول‌ها)

- باشاره: $\mu \propto P$ (دلی تأثیرش از دما کمتره)

② مسائل ویسکوزیته

$F = \tau A$, $\tau = \mu \frac{du}{dy}$, $\sum F = 0 \Rightarrow F = W = mg$, $\tau = \mu \frac{rw - 0}{R - r} = \mu \frac{rw}{t}$ ← سیالی که بین دو استوانه هم مرکز می‌چرخه



$\mu_1 (\frac{du}{dy})_1 = \mu_2 (\frac{du}{dy})_2$, $T = F_x r = \tau A r$ ← گشتاور

$dT = d(\tau A) r$

$\Rightarrow \mu_1 \frac{U - V}{h_1} = \mu_2 \frac{V - 0}{h_2}$, $P = Tw = Fu$ ← توان لازم واسه دوران

$\hookrightarrow [\frac{rad}{s}]$, $1^{rpm} = \frac{\pi}{30}^{rad/s}$

استوانه چرخان	$T = 2 \cdot \frac{\pi \mu w}{t} \cdot L R^3$
دیسک روی یه لایه سیال	$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \mu w}{t} \cdot R^4$
مخروط دوار	$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \mu w}{t} \cdot \frac{R^4}{\sin\frac{\alpha}{2}}$
نیمکره	$T = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi \mu w}{t} \cdot R^4$

وقتی ضخامت سیال ← متغیر ← $T = \frac{2}{3} \pi \mu w \frac{R^3}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2})}$

③ ضریب کشش سطحی

$\sum F_y = 0 \Rightarrow P_i A = P_o A + F \Rightarrow P_i - P_o = \frac{F}{A} \Rightarrow \Delta P = \frac{\sigma(2L)}{LD} = \frac{2\sigma}{D}$

$\sigma = \frac{F}{L}$ $[\frac{N}{m}]$ ← طول خط ترشده

$T \uparrow \rightarrow \sigma \downarrow$

$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\gamma x}$

- $x = R$ ← لوله
- $x = d$ ← دو صفحه‌ی موازی
- $x = R_o - R_i$ ← دو لوله‌ی هم‌محور

محاسبه افت فشار:

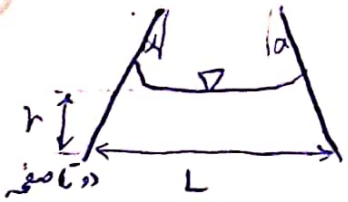
- حباب صابون: $\Delta P = \frac{4\sigma}{D}$
- قطره‌ی آب: $\Delta P = \frac{4\sigma}{D}$
- جت استوانه‌ای: $\Delta P = \frac{2\sigma}{D}$
- حباب: هوا در آب $\uparrow$، آب در هوا: $\Delta P = \frac{8\sigma}{D}$

صعود موئینگی:

- لوله: $h = \frac{4\sigma \cos\theta}{\gamma D}$
- دو صفحه: $h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\gamma d}$
- دو لوله: $h = \frac{4\sigma \cos\theta}{\gamma (D_2 - D_1)}$

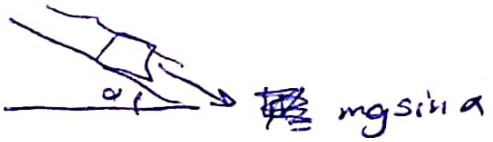
$\sum F_y = 0 \Rightarrow W = F \cos\theta \Rightarrow \gamma V = (\sigma \pi D) \cos\theta$ ($x = \frac{d}{2}$: دو صفحه (مربع))

Scanned with CamScanner



$$F_t = W \Rightarrow 2\sigma w\cos(\theta-\alpha) = w\rho g h(L - h\tan\alpha)$$

$$\Rightarrow h = \frac{2\sigma\cos(\theta-\alpha)}{\rho g(L-h\tan\alpha)}$$



Scanned with CamScanner

HARVEST 95

«سیالات - استاتیک سیالات»

① فشار

- فشار سنج بورون:

$P = P_{in} - P_{out}$

$P = \gamma h = S\gamma_w h$

(فشار نسبی) ← ارتفاع ستون سیال

- بارومتر:

$P_{atm} = \gamma h + P_v$ ($P_{v_{Hg}} \simeq 0$)

$P_a = P_g + P_{atm}$

- معادله هایدرستاتیک:

$P_A + \gamma_1 h_1 = P_B$

$P_B - \gamma_2 h_2 = P_C$

② نیرو و نقطه اثر

- روش فرمولی:

$F = P_c A$

$= \gamma h_c A$ (مخزن)

- $y_{cp} = y_c + \frac{I_{xx}}{A y_c}$ ، I_{xx} هیئت شبه دوی y_c

$x_{cp} = x_c + \frac{I_{xy}}{A y_c}$ ، فاصله‌ی y_c با y_{cp} ترز

- توی صفحات افقی $y_c = y_{cp}$

- اگر سطح مورد نظر دایره باشد ($I_{xy} = 0$): $h_{cp} = h_c + \frac{I_{xx}}{A h_c}\sin^2\theta$

مستطیل	مثلث	دایره
$A = ab$	$A = \frac{1}{2}ab$	$A = \pi R^2$
$I_{xx} = \frac{1}{12}ba^3$	$I_{xx} = \frac{1}{36}ba^3$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{\pi R^4}{4}$
$I_{yy} = \frac{1}{12}ab^3$		$I_{xy} = 0$
$I_{xy} = 0$		

- روش منشور فشار:

$F = \frac{1}{2}(\gamma h_1 + \gamma h_2)hb$

$F = V = \frac{1}{2}(\gamma h)(h)(b) = \frac{1}{2}\gamma h^2 b$

$F = \gamma V = W$

- روش انتگرال‌گیری:

$\frac{dP}{dh} = \gamma \Rightarrow P = \int \gamma dh + C$: P_{abs} نسبت به ۱

P_g : فاصله‌ی ۲ با ۱ در اثر اعمال شرایط مرزی ~ ۲

$dF = P_g dA \rightarrow F = \int_0^A P_g dA$: dF ، F ~ ۳

$F \cdot x = \int dF \cdot h$: x نقطه اثر ~ ۴

- سطوح خمیده:

مؤلفه افقی (F_H): $F_H = P_c A_c$ ← سطح صفحه‌ی تصویر شده

فشار توی مرکز سطح صفحه‌ی تصویر شده

مؤلفه عمودی (F_V): $F_V = \gamma V =$ وزن سیال واقعی یا فرضی بالای سطح خمیده و سطح آزاد

$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$

③ شناوری

- نیروی شناوری: $F_B = \gamma V'$

بخشی از حجم جسم که توی سیال ← حجم سیال

- وقتی جسمی که توی سیال رها می‌شود، معلق بماند یعنی

$W = F + F_B$

وزن ظاهری ← وزن واقعی

- بومه سنج: $F_{B_1} = F_{B_2} = W \Rightarrow \gamma_w V = S\gamma_w (V - A\Delta h) \Rightarrow \Delta h = \frac{V}{A}(1 - \frac{1}{S})$

- حجم اشغال‌شده از آب:

$F_{B_1} = W_A + W_B$

$\gamma_w V_1 = W_A + W_B$

$V_1 = \frac{W_A}{\gamma_w} + \frac{W_B}{\gamma_w}$

$V_2 = V' + V''$

$F_{B_2} = W_A \Rightarrow \gamma_w V' = W_A$

$\Rightarrow V' = \frac{W_A}{\gamma_w}$

$W_B = \gamma_B V'' \Rightarrow V'' = \frac{W_B}{\gamma_B}$

$V_2 = \frac{W_A}{\gamma_w} + \frac{W_B}{\gamma_B}$

- دوره تناوب نوسانی: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

Scanned with CamScanner

« سیالات - سینماتیک سیالات »

① سیال ها جریان ها

- سیال غیرقابل تراکم : $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$
- جریان ایده‌آل ← هم غیرلزج و هم غیرقابل تراکم
- جریان چرخشی ← توسن ذرات سیال ، در حین حرکت ، حول مرکز ثقل خود می‌چرخد ← $\vec{\nabla}\times\vec{V}\neq 0$
  - دائم ← بردار سرعت صفر
  - بردار سرعت زاویه‌ای : $\vec{\omega}=\frac{1}{2}\vec{\nabla}\times\vec{V}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix}$
- جریان دائم (پایا) ← توسن ذرات سیال ، جریان و خواص هندسی و شدت جریان هر نقطه از جریان مستقل از زمان ← یعنی نیروی معادله سرعتش t نیست — s.s.
- جریان چند بعدی ← چندتا از x ، y و z توی معادله سرعت
- جریان چند جهته ← تعداد مؤلفه‌های (u و v و w) غیرصفر بردار سرعت

- دبی جرمی ($\dot{m}$) : $\dot{m}=\int \rho \vec{V}\cdot d\vec{A}$ $=\rho Q=\rho AV$
- دبی حجمی (Q) : $Q=\int \vec{V}\cdot d\vec{A}=\int u\,dA=\bar{V}A$
  - سرعت متوسط سهمی توی لوله : $\bar{V}=\frac{V_{max}}{2}$
  - سرعت متوسط بین دو صفحه : $\bar{V}=\frac{2}{3}V_{max}$
- دبی وزنی (G) : $G=\dot{m}g=\gamma Q=\gamma AV$

② خطوط سیالاتی

- خط مسیر ← مسیر حرکت یه ذره‌ی سیال ← مستقل از زمانه ← باید t رو از مؤلفه‌های بردار مکان حذف کنیم
- خط اثر (رنگ) ← متشکل از ذرات رنگی
- خط جریان ← بردار سرعت ذرات روی هر نقطه همان $\frac{u}{dx}=\frac{v}{dy}=\frac{w}{dz}$

- واسه‌ی جریان دائم ، این سه تا خط روی هم میافتن

$$a_x=\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}$$

($\frac{\partial u}{\partial t}$ ← واسه جریان دائم یا یا صفر) ($v\frac{\partial u}{\partial y}$ ← واسه جریان دو بعدی صفر)

$$Q=uA$$

- سیالات تراکم‌پذیر ، توانایی تشکیل پدیده‌ی سرعت رو ندارن (بیخاصیت)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0$$

Scanned with CamScanner

HARVEST 97

«سیالات - معادلات اویلر و برنولی»

① معادله اویلر — سیال غیرلزج ($\tau=0$)

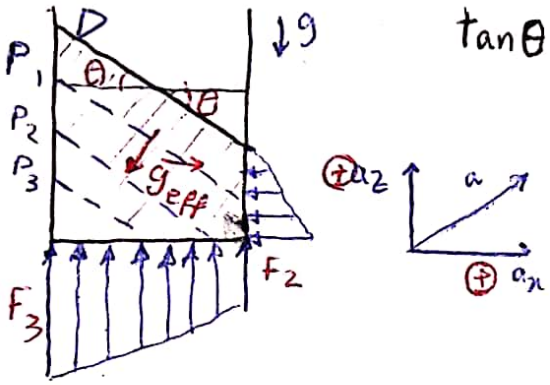
$$\frac{\partial P}{\partial s}+\gamma\frac{\partial z}{\partial s}=-\rho a_s$$

- نیروی راستای s :
- نیروی راستای r (راستای شعاع) :

$$a_r=\frac{-V^2}{r}\ ,\ (R_2>R_1 \Longrightarrow P_2>P_1)$$

$$P_2-P_1=\rho V_\theta^2 \ln\frac{R_2}{R_1}$$

② حرکت نیروی راستای خط راست



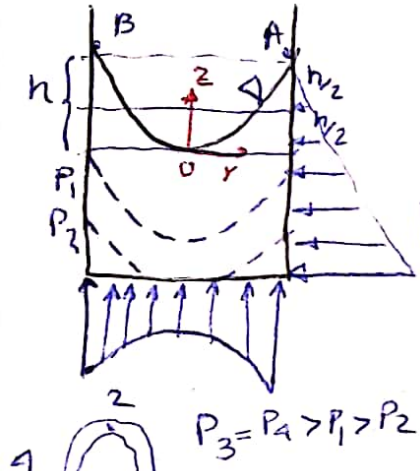
$$\tan\theta=\frac{a_x}{a_z+g}$$ ← مثبت

$$P(x,y,z)=-(\rho a_x)x-(\rho a_y)y-\rho(a_z+g)z+C$$ ← ثابت نیروی بدنه‌ای

$$\vec{g}_{eff}=\vec{g}-\vec{a}\ ,\ |\vec{g}_{eff}|=\sqrt{a_x^2+(a_z+g)^2}$$

$$F_B=\rho g_{eff}\forall$$

③ حرکت چرخشی به صورت جسم صلب



$$h=\frac{R^2\omega^2}{2(g+a_z)}\ ,\ \forall=\frac{\pi R^2 h}{2}\ ,\ P(r,z)=\frac{1}{2}\rho r^2\omega^2-\rho g z+C$$

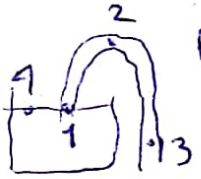
- اگر دو تا سیال روی هم داشتیم، واسه‌ی سیال :
  - بالایی : $C=0$
  - پایینی : $C=P_A$ (یعنی فشار سیال بالایی)

$$|\vec{g}_{eff}|=\sqrt{g^2+(r\omega^2)^2}$$

- همانطور که گفتیم :

$$F_{کل}=\gamma\forall$$

$$dF=PdA=P(2\pi r)dr$$



$$P_3=P_4>P_1>P_2$$

④ معادله‌ی شبه برنولی

- توزیع نیروی وزنی :

$$P_i-\frac{1}{2}\rho r_i^2\omega^2+\gamma z_i=cte$$

⑤ معادله برنولی

جریان غیرلزج — دائمی — سیال غیرقابل تراکم $\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0\right)$

$$\frac{P_i}{\gamma}+\frac{V_i^2}{2g}+z_i=cte$$

$$Q=\left[\frac{m^3}{kg}\right]$$

$$Q=A_iV_i$$

$$\dot{m}=\left[\frac{kg}{s}\right]$$

$$\dot{m}=\rho Q$$

$V=\sqrt{2gh}$ سرعت جت خروجی از مخزن

C_d ← ضریب تخلیه‌ی واقعی دستگاه

C_v ← ضریب تصحیح سرعت جت خروجی از مخزن

C_c ← ضریب انقباض

$$(C_d=C_v\cdot C_c)$$

⑥ حرکت پرتابی

$$\begin{cases}x=(V_0\cos\theta)t\\ y=\frac{1}{2}gt^2+(V_0\sin\theta)t\end{cases}$$

$$\begin{cases}V_x=\frac{dx}{dt}=V_0\cos\theta\\ V_y=\frac{dy}{dt}=-gt+V_0\sin\theta\end{cases}$$

(اوج) $H=\frac{V_0^2\sin^2\theta}{2g}$

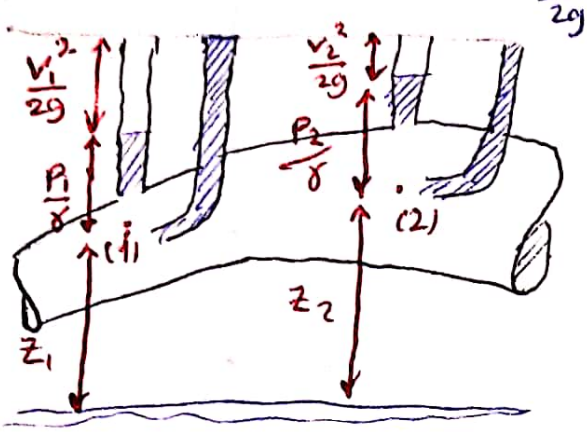
معادله مسیر : $y=\frac{-1}{2}g\left(\frac{x^2}{V_0^2\cos^2\theta}\right)+x\tan\theta$

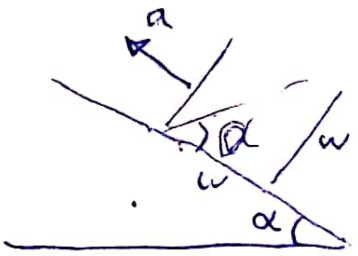
Scanned with CamScanner

$\frac{V_1^2}{2g}$: EGL فاصله‌ش! هد سنگ‌دار ارتفاع روی ده

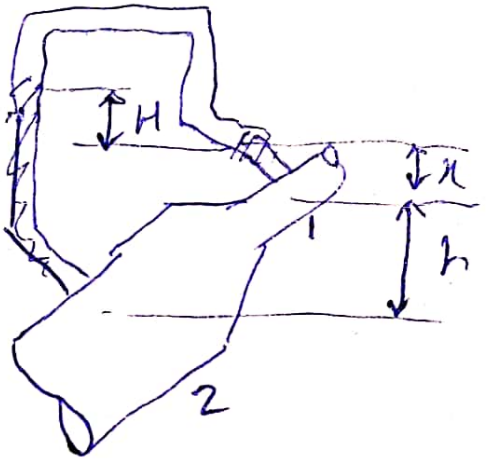
پیزومتر: هد سنگ‌دار ارتفاع روی ده

پیتوت: هد کل روی ده





$$\tan\alpha = \frac{a\cos\alpha}{g + a\sin\alpha} = \frac{w}{w} = 1$$ در ته‌ی سرازیری زبری



$$H = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_1^2 - A_2^2}\right)$$

Scanned with CamScanner

① معادله پیوستگی

$$\sum \dot{m}_{in} = \sum \dot{m}_{out} \quad , \quad \dot{m} = \rho Q = \rho A V \quad , \quad m = \rho \forall$$

② معادله مومنتوم خطی

حالت کلی (تغییرات بالا): $\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}(m\vec{V}) + \sum (\dot{m}\vec{V})_{out} - \sum (\dot{m}\vec{V})_{in}$

- سرعت نسبی: $V_r = V - U$
- جت آب و پره‌های توربین (یک پره)

$F_j = 2\dot{m}V_r = 2\rho Q_j V_r \quad Q_j = A_j V_j$

$P = F_j U = 2\rho A_j R w V_j (V_j - Rw)$

$\frac{dP}{dw} = 0 \rightarrow w = \frac{V_j}{2R}$

(تعداد زیاد پره‌ها)

$\rightarrow P_{max} = \frac{1}{2}\rho A_j V_j^3$

$V_r = V_j - u = V_j - Rw$

$F_j = 2\dot{m}V_r = 2\rho Q_j V_r \quad Q_j = A_j V_r$

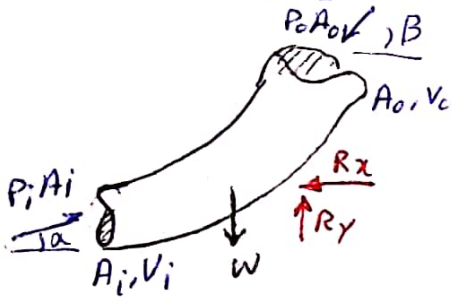
$P = F_j U = 2\rho A_j R w (V_j - Rw)^2$

$\frac{dP}{dw} = 0$ ← برحسب w برای توان max

$\Rightarrow w = \frac{V_j}{3R} \rightarrow P_{max} = \frac{8}{27}\rho A_j V_j^3$

$F = \dot{m}V = \rho A V^2$

$F = \dot{m}V + PA$



- مسائل جریان خارجی:

$-R_x + P_i A_i \cos\alpha - P_0 A_0 \cos\beta = \dot{m}(V_0 \cos\beta - V_i \cos\alpha)$

سمت راستی مؤلفه ← { سمت چپی در جهت x

$R_y + P_i A_i \sin\alpha - P_0 A_0 \sin\beta = \dot{m}(V_0 \sin\beta - V_i \sin\alpha)$

③ معادله مومنتوم زاویه‌ای

- متعلق آب پاش ← دقیقاً ساکن: $\omega = \frac{V}{R} = \frac{Q/A}{R}$ ← دقیقاً دارد می‌چرخد

$T_z = 2R\dot{m}V = 2R\rho Q V, \quad Q = \frac{Q_i}{2}, \quad V = \frac{Q}{A}$

(فقط مؤلفه‌ی عمود بر R) ← تعداد خروجی‌ها

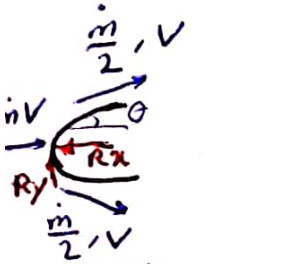
④ ضرایب تصحیح

ضریب تصحیح انرژی جنبشی: $\alpha = \frac{1}{A}\int (\frac{u}{V})^3 dA$ ← برحسب سرعت ← سرعت متوسط

مومنتوم ~ ~ : $\beta = \frac{1}{A}\int (\frac{u}{V})^2 dA$

- وقتی پروفایل سرعت یکنواخت (در حد امکان) توزیع شده: $\alpha \simeq \beta \simeq 1$ $(\alpha \frac{V^2}{2g})$
- وقتی پروفایل سرعت خطی (دارای توزیع): $\alpha = 2, \beta = \frac{4}{3}$
- هرچی پروفایل سرعت به حالت یکنواخت نزدیک‌تر، α و β هم کم می‌شن تا به یک برسن $(\beta(\dot{m}V))$
- وقتی پروفایل‌های سرعت تیکه تیکه:

$\bar{V} = \frac{\sum \bar{V}_i A_i}{\sum A_i}$, $\alpha = \frac{\sum (\frac{\bar{V}_i}{\bar{V}})^3 A_i}{\sum A_i}$, $\beta = \frac{\sum (\frac{\bar{V}_i}{\bar{V}})^2 A_i}{\sum A_i}$

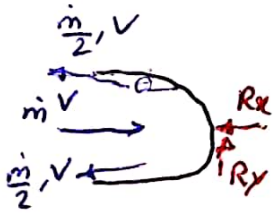


$R_x = \dot{m}V(1 - \cos\theta)$ ← ρAV

$R_y = 0$

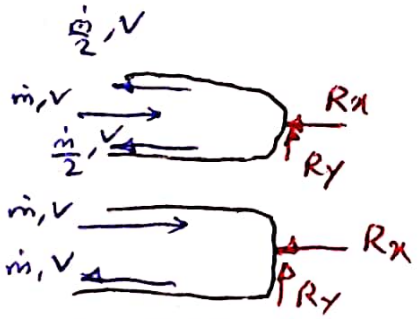
$R_x = \dot{m}V$

$R_y = 0$



$R_x = \dot{m}V(1 + \cos\theta)$

$R_y = 0$



$R_x = 2\dot{m}V$

$R_y = 0$

Scanned with CamScanner

«مبانی ات - دوش دیفرانسیلی»

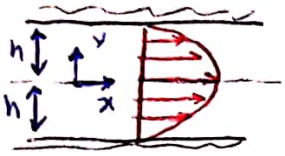
- معادلات ناویر-استوکس ← دامنه‌ی سیال نیوتنی با دانسیته ثابت - غیرقابل تراکم

$$\rho\frac{D\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \mu\nabla^2\vec{V} + \rho g$$

نیروی برداری:
نیروی جهت x:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho g_x$$

- جریان بازپوایی

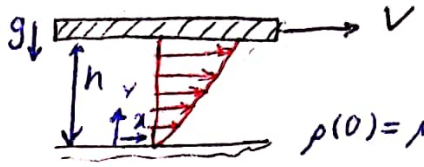


$$\rho(0) = -\frac{\partial P}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)+0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2u}{dy^2} = \frac{1}{\mu}\cdot\frac{dP}{dx}$$

$$Q = \int u\,dA = \int u(b\,dy)$$

- جریان کوئت صفحه‌ای:



$$\rho(0) = \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)+0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2u}{dy^2} = 0 \Rightarrow u = \frac{v}{h}y$$

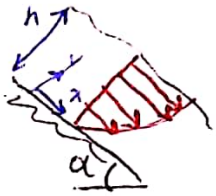
اگر به صفحه متحرک باشد ← مبدا مختصات روی سیال پایین
شرایط مرزی هم عوض می‌شه

اینجا که به صفحه متحرک باشد: فقط شرایط مرزی عوض می‌شه

$$u = \frac{-\rho g y^2}{2\mu}+\frac{\rho g \delta}{\mu}y \quad : (\alpha=\frac{\pi}{2})$$ جریان فیلم ریزان از سطح

$$Q = \frac{\rho g \delta^3 w}{3\mu}$$ ← عرض دیواره

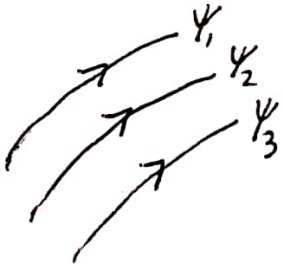
- سیال روی سطح شیب دار:



$$\rho(0) = \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)+\rho g\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{d^2u}{dy^2} = \frac{-\rho g\sin\alpha}{\mu}$$

@ $y=h$: $\tau = \frac{du}{dy} = 0$



$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y}\ ,\ v = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

- تابع جریان (ψ)

$$\frac{Q_{A-B}}{b} = q_{A-B} = |\psi_2-\psi_1|$$

اختلاف بین دو تا خطوط جریان
دبی عبوری بین شون توی واحد عمق

اگه دبی بین دو تا جریان ثابت باشه ($Q=AV$) یعنی اگه به هم نزدیک شن ($A\downarrow$) سرعت شون زیاد می‌شه ($V\uparrow$) و سیال شتاب می‌گیره

$$\frac{1}{\forall}\cdot\frac{d\forall}{dt} = \vec{\nabla}\cdot\vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}$$

- تغییر حجم به ازای واحد حجم در واحد زمان می‌شه واگرایی بردار سرعت!

$$\tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

Scanned with CamScanner

« سیالات - آنالیز ابعادی »

- قضیه π باکینگهام :

تعداد گروه‌های بدون بعد $= n - m$

n ← تعداد کل متغیرها

m ← تعداد بعدهای اصلی (معمولاً 3)

- گروه های بدون بعد مهم :

$$Re = \frac{\rho u l}{\mu} = \frac{ul}{\nu} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{لزجت}}$$

سرلزجت پیدایش

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} = \sqrt{\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی ثقل}}}$$

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho V^2} = \frac{\text{نیروی فشاری}}{\text{نیروی اینرسی}}$$

$$We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma} = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{کشش سطحی}}$$

- ضرایب بدون بعد مهم :

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad , \quad C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad , \quad C_p = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho V^2} \quad , \quad C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho V^2} \quad , \quad C_a = \frac{P - P_v}{\frac{1}{2}\rho V^2}$$

توان $P = FV = \rho A V^2 \times V = \rho L^2 V^3$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2 \times \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^3 \quad , \quad \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^2$$

fr

- نازل :

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow (\rho u A)_1 = (\rho u A)_2$$

$$\rho = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \left(\frac{PVA}{T}\right)_1 = \left(\frac{PVA}{T}\right)_2$$

Scanned with CamScanner

HARVEST 51

«سیالات - جریان لزج توی لوله»

① معادله انرژی

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1+h_p-h_T=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+\sum h_l$$

$\sum h_l \rightarrow \sum h_f+\sum h_m$

جریان آرام: $Re < 2000$

نه درهم: $Re > 4000$

دیاگرام مودی: آرام، گذرا: جواب نمی‌ده، درهم: f تابع Re, ε

h_f → دارسی → $f\frac{L}{D}\cdot\frac{V^2}{2g}$ → τ_w → $\frac{\tau_w}{\gamma}\cdot\frac{PL}{A}$ → سطح مقطع دایره‌ای → $\frac{\tau_w}{\gamma}\cdot\frac{4L}{D}$

$(h_f \propto V)$ $f=\frac{64}{Re}$

$\tau_w=\frac{1}{8}f\rho V^2$ $(h_f \propto V^n)$ $1<n<2$ جواب نمی‌ده

$h_m=k\frac{V^2}{2g}$, k_{max} , $k_{انبساط ناگهانی}=(1-\frac{A_1}{A_2})^2$ $(h_f \propto V^2)$ f تابع ε و به شدت سیال کنه

توان $[W=\frac{J}{s}]=$ هد $[m]\times\gamma Q=$ هد $\times \dot{m}g$: وسایل تبدیل هد به توان

بازده توربین: $\eta_T=\frac{\text{توان تولیدی توربین}}{\text{توانی که سیال می‌گیره}}=\frac{H_T}{\gamma Q h_T}$ / بازده پمپ: $\eta_P=\frac{\text{توان منتقل شده به سیال}}{\text{توان مصرفی پمپ}}=\frac{\gamma Q h_P}{H_P}$

② خطوط تراز

خط تراز هیدرولیک (هیدرواستاتیک): $HGL\equiv\frac{P}{\gamma}+Z$

خط تراز انرژی: $EGL\equiv\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+Z$

- EGL همیشه از HGL بیشتر به مقدار $\frac{V^2}{2g}$
- افت انرژی نشانه ناپایداری

③ جریان آرام توی لوله

ضخامت زیرلایه آرام $=\frac{2}{CRe}D$ (Re های بالا)

$\frac{P_1}{\gamma}=\frac{P_2}{\gamma}+h_f \Rightarrow \Delta P=\gamma h_f=\gamma f\frac{L}{D}\cdot\frac{V^2}{2g}$, $\frac{dP}{dL}=$ ثابت

$\tau=\frac{\Delta P}{L}\cdot\frac{r}{2} \Rightarrow \frac{\tau}{r}=\frac{\tau_w}{R}$ (توزیع یافته) (دبی آرام دبی درهم)

(حرکت سیالات دو بعدی و یکنواخت)

$F_w=\tau_w A=\frac{\Delta P}{L}\cdot\frac{R}{2}(2\pi RL)=\pi R^2\Delta P$

$\tau=-\mu\frac{du}{dr} \Rightarrow u(r)=\frac{\Delta P R^2}{L\cdot 4\mu}(1-\frac{r^2}{R^2})$ → $u=2\bar{u}(1-\frac{r^2}{R^2})$

$\frac{\Delta P}{L}=\frac{4\mu u_{max}}{R^2}$ ← $\frac{\Delta P}{L}\cdot\frac{R^2}{4\mu}=u_{max}=2\bar{u}$, u_{max} در $Re=1.22\bar{V}$

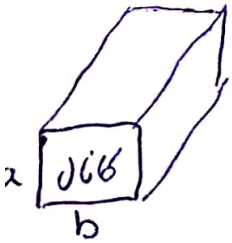
$Q=\int u\,dA \Rightarrow Q=\frac{\pi D^4}{128\mu}\times\frac{\Delta P}{L} \Rightarrow \frac{\Delta P}{L}=\frac{128\mu Q}{\pi D^4}$ $Q=AV$ $\Longrightarrow$ $\frac{\Delta P}{L}=\frac{32\mu V}{\rho D^2}$

④ جریان توی کانال‌های غیردایره‌ای

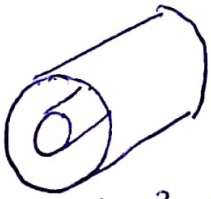
سخت مقطع کانال

$D_H=\frac{4A}{P}$, $R_H=\frac{1}{4}D_H$

خیط تر شده



$D_H=\frac{4ab}{2(a+b)}=\frac{2ab}{a+b}$



$D_H=\frac{4[\frac{\pi}{4}(D_2^2-D_1^2)]}{\pi(D_2+D_1)}=D_2-D_1$

$1\,hp=745\,w$

$1\,in=2.54\,cm$

- توی سیستم لوله‌های سری: دبی در همه لوله‌ها یکسان است

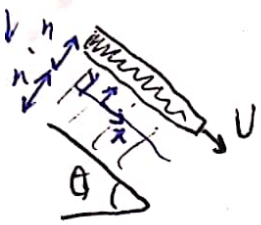
$\frac{Q_2}{Q_1}=\sqrt{\frac{f_1}{f_2}\times\frac{L_1}{L_2}\times(\frac{D_2}{D_1})^5}$

$\frac{L}{d}V^2=\sum\frac{L_i}{d_i}V_i^2$

$Q=AV \simeq d^2V=cte$

Scanned with CamScanner

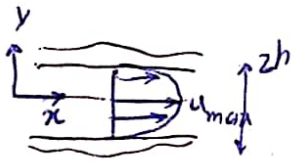
⑤ جریان بین صفحه های بزرگ موازی



- حالت کلی پروفایل سرعت :

$$u=\frac{1}{2\mu}\left(\frac{dP}{dx}-\rho g\sin\theta\right)y^2+\frac{U}{2h}\cdot y+\left[\frac{U}{2}-\frac{h^2}{2\mu}\left(\frac{dP}{dx}-\rho g\sin\theta\right)\right]$$

این عبارت ثابت



- توی حالت افقی و ساکن :

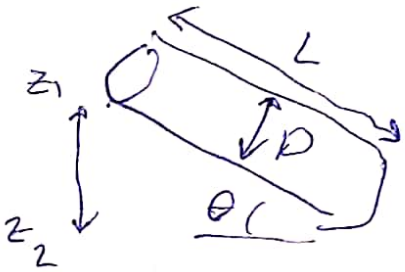
$$u=\frac{\Delta P}{L}\cdot\frac{h^2}{2\mu}\left(1-\frac{y^2}{h^2}\right) \qquad u_{max}=1.5\bar{v}$$

- قطر هیدرولیک : $D_h=4h$

- ضریب اصطکاک داریسی : $f=\frac{96}{Re_{D_h}}$

- عدد Re برسب D_h : $Re_{D_h}=\frac{vD_h}{\nu}=\frac{v(4h)}{\nu}$

برسب 2h : $Re_{2h}=\frac{v(2h)}{\nu}$ ← $f=\frac{48}{Re_{2h}}$



if $\theta=\arcsin\left(\frac{32\mu v}{\rho g D^2}\right)\Rightarrow P_1=P_2$

Scanned with CamScanner

«سیالات - توربوماشین‌ها»

- انواع پمپ‌ها
  - جابجایی مثبت
    - سه قلب - پمپ‌های پیستونی، دیافراگمی و سنبه‌ای
    - فشار نرو جی‌یان - دبی نه چندان بالا و نوسانی
    - دبی سن مستقل از نوع سیاله - مناسب دامنه‌ی پیمانه‌ی سیالات خیلی بزرگ (سه دایافانت)
  - دینامیکی
    - سه سانتریفیوژ
    - فشار کنترلی دبی بیشتر
    - $\downarrow Q \leftarrow \uparrow \mu$

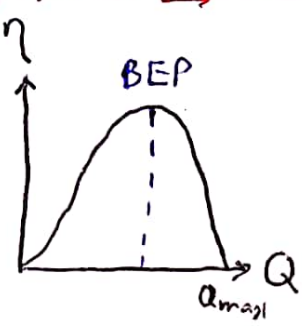
سن ↑ → برش

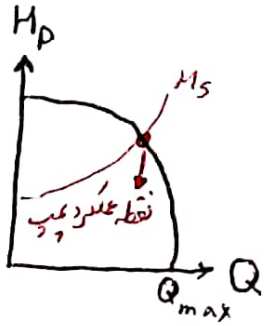
$$\text{هد پمپ} = h_p = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + h_L$$

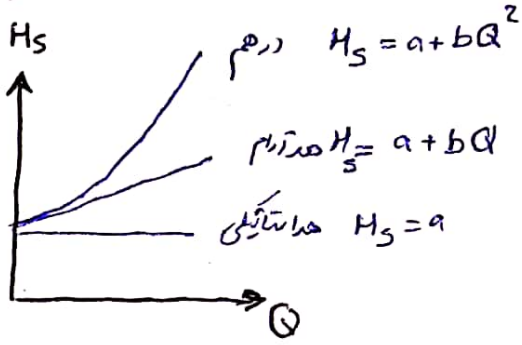
$$\text{هد واقعی} = H_p = \frac{P_2 - P_1}{\gamma}$$

$$\eta = \frac{\text{توان منتقل شده به پمپ}}{\text{توان مصرفی}} = \frac{H_p}{h_p} = \frac{\gamma Q H_p}{T\omega} = \frac{Q \Delta P}{\eta_p} = \frac{\gamma Q h_p}{P}$$

P (brake horse power) ← سرعت زاویه‌ای ← شافت یا بازدهی‌ای که خود پمپ





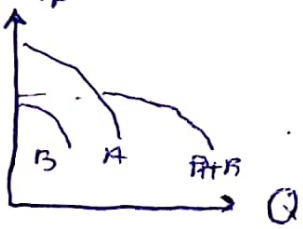


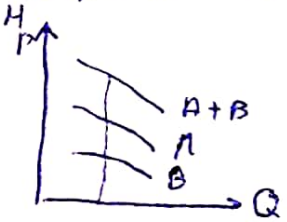
- پمپ‌های توازی
  - $H_{p,A} = H_{p,B} = H_p$
  - $Q_A + Q_B = Q$

- پمپ‌های سری
  - $Q_A = Q_B = Q$
  - $H_{p,A} + H_{p,B} = H_p$

$H_p = n(a - bQ^2)$ → به H_S دست نخواهیم یافت

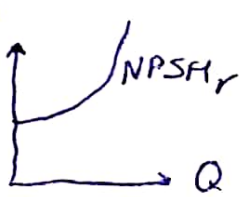
$H_p = a - b\left(\frac{Q}{n}\right)^2 H_p$





$$NPSH_{required} < NPSH_{available} = \left(\frac{P_S - P_V}{\gamma}\right) + Z_S - h_L$$

- Z_S: جایی که پمپ هست (+↑ / −↓ نسبت به $z=0$)
- مکان آزاد نسبت به پمپ



ضریب دبی: $C_Q = \frac{Q}{ND^3}$

ضریب هد: $C_H = \frac{gH}{N^2 D^2}$

ضریب توان مصرفی: $C_P = \frac{P}{\rho N^3 D^5}$

عدد رینولدز: $Re = \frac{\rho N D^2}{\mu}$

N → سرعت دورانی پروانه پمپ

D → قطر پروانه

gH → توان منتقل شده به سیال (انرژی داده شده در واحد وزن)

Scanned with CamScanner

« عملیات - جریان از بسترهای پرشده »

$$\varepsilon = \frac{\text{حجم فضای خالی بین پرکن ها}}{\text{حجم کل بستر}} = \frac{\text{مساحت فضای خالی بین پرکن ها}}{\text{سطح مقطع بستر} = S}$$

حجم فضای خالی بین پرکن ها $= \varepsilon SL$

حجم پرکن ها $= SL - \varepsilon SL = SL(1-\varepsilon)$

حجم پرکن ها $= N_p \forall_p$

$\Rightarrow N_p \forall_p = SL(1-\varepsilon)$

حجم هر پرکن ← تعداد پرکن ها

$V_{eff} = \frac{V}{\varepsilon}$ ← سرعت ظاهری (سرعت سیال در بستر)

سرعت واقعی توی بستر

$r_H = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \cdot \frac{\forall_p}{S_p}$ ، $\frac{\forall_p}{S_p} = \frac{D_p}{6}$ ،

سطح مرطوب $= a = \frac{N_p \cdot S_p}{SL}$ ← دانه‌بندی $\frac{6(1-\varepsilon)}{D_p}$

نیروی درگ وارد به پرکن ها $= F_D = \Delta P \cdot (\varepsilon S)$

ضریب اصطکاک $= f$

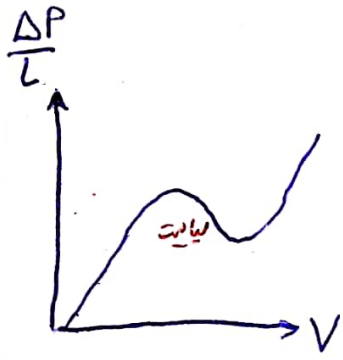
ضریب اصطکاک و افت فشار

Ergun: $\frac{\Delta P}{\rho V^2} \times \frac{D_p}{L} \times \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = \frac{150(1-\varepsilon)}{Re} + 1.75$

رژیم ← آرام (کوزنی کارمن)

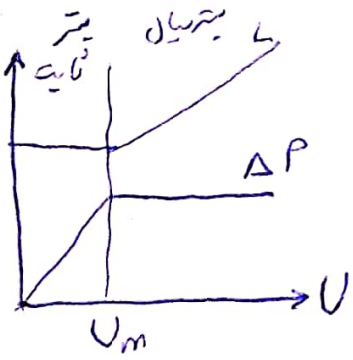
$\frac{\Delta P}{L} = (\rho_p - \rho) g (1-\varepsilon)$ ← توی حالت سیالیت

$F = W \Rightarrow m_p g = m_{air} g \Rightarrow S = \frac{\rho_p}{\rho} = \frac{V_{air}}{V_p}$



$L_1(1-\varepsilon_1) = L_2(1-\varepsilon_2)$

توی بستر سیال، با افزایش سرعت سیال ← افت فشار ثابت می‌مونه
ε ← زیاد می‌شه



$D_h = 4 \times \frac{\text{حجم فضای خالی بستر}}{\text{مساحت تابش پرکن‌ها}}$

$D_h = \frac{2}{3} \cdot \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} D_p$

Scanned with CamScanner

«جریان لزج خارجی»

ناویر استوکس در راستای x :

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho g_x$$

ترم‌های اینرسی — ترم‌های لزجت

- تقریب‌ها
  - Re های بالا
    - اویلر : گرادیان‌های لزجت‌ها — نمی‌شه با ماشین یزدی رنگ رو مشکی کرد
    - پرانتل : ~ ~ بقیه از ترم‌های لزجت
  - Re های پایین ~
    - استوکس : ~ ~ همه‌ی اینرسی‌ها
    - اوسین : ترم‌های اینرسی خطی‌ان

① تقریب استوکس

$Re \ll 1$

- جریان خزشی روی کره‌ای به قطر D

$$F_D=3\pi\mu VD \quad , \quad C_D=\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \Longrightarrow C_D=\frac{24}{Re}$$

(A: مساحت سطح تصویر شده $=\frac{\pi D^2}{4}$)

F_D = نیروی درگ فشاری + نیروی درگ اصطکاکی

1 — 2

$\sum F_y=0$ (ma: گشتاور به راست) $\Rightarrow F_B+F_D=W$

$$\gamma\forall+3\pi\mu VD=\gamma_S\forall \Longrightarrow V=\frac{D^2(\gamma_S-\gamma)}{18\mu}$$

- محاسبه‌ی سرعت حدی ساچمه‌ای در حال سقوط آزاد
- اگه دانسیته‌ی کره از سیال کمتر باشه، جهت حرکت می‌شه به سمت بالا و F_D میشه به سمت پایین

$$\gamma\forall+\frac{1}{2}C_D\rho V^2 A=\gamma_S\forall \quad \left(A=\frac{\pi D^2}{4},\ \forall=\frac{\pi D^3}{6}\right) \Longrightarrow V=\sqrt{\frac{4}{3}\cdot\frac{D(\gamma_S-\gamma)}{\rho C_D}}$$

② تقریب پرانتل

- جریان آرایشی
- صفحه تخت نازک
- (بلازیوس)

$$\delta(x)=\frac{5x}{\sqrt{Re_x}} \quad , \quad \delta(x)\propto x^{\frac{1}{2}}$$

$$C_f(x)=\frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \quad , \quad C_f(x)\propto x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{C_f}{2}=\frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2} \quad , \quad \tau_w(x)\propto x^{-\frac{1}{2}}$$

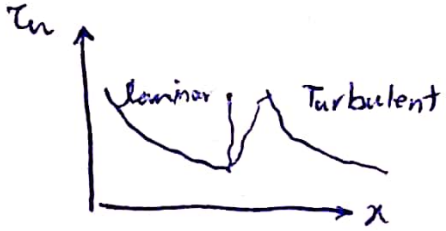
معادلات لایه مرزی

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{dP}{dx}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y}=0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

$$F_D=\int_0^L \tau_w(x)\,dA \longrightarrow F_D=\int_0^L \frac{1}{2}\rho V^2 C_f\,dA$$



- جریان درهم

$$\delta(x)\propto x^{\frac{4}{5}}$$

$$C_f(x)\propto x^{-\frac{1}{5}}$$

$$\tau_w\propto x^{-\frac{1}{5}}$$

$$Re_c=5\times10^5$$

$$\frac{u}{u_\infty}=\left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}$$

Scanned with CamScanner

③ جداشدن جریان

← توی جریان ایده‌آل، جدایی نداریم

- شرط وقوع: گرادیان فشار مثبت (نامطلوب) و با اندازه‌ی کافی بزرگ
- توی این ناحیه، جهت پروفایل سرعت و علامت تنش برشی عوض می‌شه (یعنی می‌تونه جدایی، اینا صفر شن)
- Stall : در اثر وقوع پدیده‌ی جدایی، نیروی لیفت ایرفویل‌ها به شدت کاهش و نیروی درگ به سرعت زیاد می‌شه
- جدایی جریان توی جریان درهم، دیرتر از جریان آرام آغاز می‌شه (واسه‌ی جلوگیری از جدایی، می‌تونیم سطح رو زبر کنیم که جریان درهم شه)

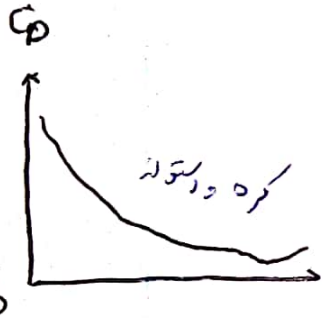
④ جریان لزج، اطراف کره و استوانه

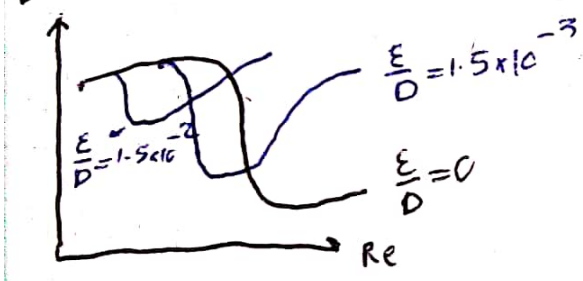
- نیروی درگ وارد به: صفحه تخت : از نوع درگ اصطکاکی
  کره و استوانه : " " " + فشاری

جدایی: استوانه: آرام : 82°
درهم : 120°

- با زبر کردن سطح استوانه/کره: جریان توی Re های کمتری از آرام می‌ره به درهم
  زبری می‌تونه هم C_D رو زیاد هم کم کنه
  ولی واسه صفحه تخت، زبری همیشه C_D رو زیاد می‌کنه

$Re \ll 1$ ← جدایی اتفاق نمیفته ← چون درگ فشاری خیلی کمتره





Scanned with CamScanner