# «حرارت - مفاهیم مقدماتی ۲»

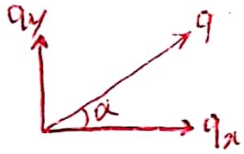
$1\,\text{Btu} = 1055\,\text{J} \simeq 1\,\text{kJ}$

- نرخ انتقال حرارت $(Q)$ - $[W = \frac{J}{s}]$
- شار 〃 〃 $(q)$ - $[\frac{W}{m^2} = \frac{J}{m^2 \cdot s}]$
- هدایت توی گازها:
  - $K \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$
  - K مستقل از فشاره
- هدایت توی مایعات:
  - K با دما اغلب افزایشی
  - در مورد آب، اول افزایش و بعد کاهش
  - رابطه‌ی K با M معکوسه
  - K مایعات فلزی >> K مایعات غیرفلزی
- هدایت توی جامدات ← دو نوعه:
  - ارتعاشات شبکه‌ای $(K_L)$
  - الکترون‌های آزاد $(K_e)$
- ضریب انتقال حرارت هدایتی: $K\ [\frac{W}{m \cdot K}]$
- ضریب نفوذ گرمایی: $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}\ [\frac{m^2}{s}]$
- ضریب انتقال حرارت جابجایی: $h\ [\frac{W}{m^2 \cdot K}]$
- ثابت استفان بولتزمان: $\sigma = 5.669 \times 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$

$K_{\text{کریستال‌های غیرفلزی}} > K_{\text{فلزات خالص}} > K_{\text{آلیاژها}} > K_{\text{جامدات غیرفلزی}} > K_{\text{مایعات}} > K_{\text{مواد عایق}} > K_{\text{گازها}}$

- کریستال‌های غیرفلزی: الماس، کوارتز، گرافیت، کربید سیلیسیم
- فلزات خالص: نقره، مس، آهن، منگنز
- آلیاژها: برنز، نیکل، استیل
- جامدات غیرفلزی: اکسیدها، سنگ‌ها، مواد غذایی، لاستیک، آجر
- مواد عایق: پشم شیشه

$h_{\text{میعان}} > h_{\text{جوشش}} > h_{\text{اجباری مایعات}} > h_{\text{اجباری گازها}} > h_{\text{طبیعی گازها}}$




- ضریب زاویه‌ی استاد، انتقال حرارت نسبت به محورها $= \frac{q_y}{q_x} = \tan\alpha$

$$Q = \bar{h} A \Delta T_{lm} = \dot{m} C_p \Delta T \quad , \quad \Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_o}{\Delta T_i}} \quad , \quad \Delta T_o = T_w - T_{mo}, \quad \Delta T_i = T_w - T_{mi}$$

$$q = \tau u = \mu \frac{u^2}{L} \rightarrow u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho C_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

- جریان آب آرام توی لوله‌ای با $T_w$ ثابت، اگه دبی جرمی در اثر سرعت کم شد:
  - $h$ ثابت می‌مونه
  - $T_{mo}$ (دمای آب خروجی زیاد میشه)
  - $\Delta T_m$ و $Q$ کم میشه

HARVEST 22

# « حرارت - هدایت »

- معادله اساسی هدایت در حالت کلی :

$$\nabla(k\nabla T)+\dot q=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}\xrightarrow{k\ \text{ثابت}}\nabla^2T+\frac{\dot q}{k}=\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\partial T}{\partial t}$$

- موازنه انرژی توی شرایط پایا بدون تولید یا مصرف حرارت ← توی این شرایط ، نرخ انتقال حرارت ثابته ← $Q=cte$ ←
  - توی دستگاه کارتزین : $q=cte$
  - 〃 〃 استوانه‌ای : $qr=cte$
  - 〃 〃 کروی : $qr^2=cte$

## ① توزیع دما توی ~~اسک~~ حالات مختلف

① دستگاه کارتزین - بدون $\dot q$

$$\frac{d^2T}{dx^2}=0\Rightarrow\frac{dT}{dx}=C_1\Rightarrow T=C_1x+C_2$$

اگر $k$ ثابت نبود ، حواست باشه که $k_i\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_i$ ثابته

② 〃 استوانه‌ای - بدون $\dot q$ ← $A=2\pi rl$

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=0\Rightarrow\frac{dT}{dr}=\frac{C_1}{r}\Rightarrow T=C_1\cdot\ln r+C_2$$

③ 〃 کروی - بدون $\dot q$ ← $A=4\pi r^2$

$$\frac{1}{r^2}\cdot\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right)=0\Rightarrow\frac{dT}{dr}=\frac{C_1}{r^2}\Rightarrow T=-\frac{C_1}{r}+C_2$$

④ 〃 کارتزین - با $\dot q$

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot q}{k}=0\Rightarrow\frac{dT}{dx}=-\frac{\dot q}{k}x+C_1\Rightarrow T=-\frac{\dot q}{2k}x^2+C_1x+C_2$$

- اگر دیواره متقارن باشه

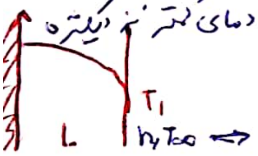
$$T-T_w=\frac{\dot qL^2}{2k}\left[1-\left(\frac{x}{L}\right)^2\right]$$

- 〃 〃 〃 نباشه ← توی حالت چشمه حرارتی $(\dot q>0)$ ، محل نقطه $T_{max}$ = بزرگتر ، $h$ کمتر و گرادیان دمای کمتر نزدیکتره

اگر سطح عایق بود دمای وسط دیواره‌ای به ضخامت $2L$ روی حرارت هم تقعر میشه

- حرارت تولیدی توی دیواره با جداره عایق :

$$T_{max}=T\Big|_{x=0}=T_{\text{عایق}}=\frac{\dot qL^2}{2k}+T_1$$



- ~~...~~ با یا هم دار

$$h,T_\infty\Rightarrow T_{max}=\frac{\dot qL^2}{2k}+\frac{\dot qL}{h}+T_\infty$$

- فرض عدم ورود انرژی :

$$\dot qV=q_{conv.}$$

⑤ 〃 استوانه‌ای - با $\dot q$

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot q}{k}=0\Rightarrow\frac{dT}{dr}=\frac{-\dot q}{2k}r+\frac{C_1}{r}\Rightarrow T=\frac{-\dot q}{4k}r^2+C_1\ln r+C_2$$

- اگر توپر بود :

$$T-T_w=\frac{\dot qR^2}{4k}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]\ ,\ Q=\frac{1}{2}\dot qAr$$

- حالت خاص : یه استوانه‌ی بلند به شعاع $R$ و ضریب $k$ که سطح خارجیش در معرض سیالی با دمای $T_\infty$ و ضریب $h$ و توش حرارت با شدت حجمی $\dot q$ تولید شه :

$$T=\frac{\dot q}{2k}\left(R^2-\frac{r^2}{2}\right)+\frac{\dot qR}{2h}+T_\infty$$

- فرض عدم ورود انرژی :

$$\dot qV=hA(T_w-T_\infty)\xrightarrow[A=2\pi RL]{V=\pi R^2L}T_w-T_\infty=\frac{\dot qR}{2h}$$

* اگه $L$ خیلی از $R$ بزرگتر باشه

⑥ 〃 کروی - با $\dot q$

$$\frac{1}{r^2}\cdot\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot q}{k}=0\Rightarrow\frac{dT}{dr}=\frac{-\dot q}{3k}r+\frac{C_1}{r^2}\Rightarrow T=\frac{-\dot q}{6k}r^2-\frac{C_1}{r}+C_2$$

- اگر توپر بود :

$$T-T_w=\frac{\dot qR^2}{6k}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]\ ,\ Q=\frac{1}{3}\dot qAr$$

- فرض عدم ورود انرژی :

$$\dot qV=hA(T_w-T_\infty)\xrightarrow[A=4\pi R^2]{V=\frac{4}{3}\pi R^3}T_w-T_\infty=\frac{\dot qR}{3h}$$

⑦ حالت خاص ←

$$Q=-kA\frac{dT}{dx}\Rightarrow Q=\frac{-\int_{T_1}^{T_2}k\,dT}{\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{A}}$$

- حتی اگه $q$ رو خواست ، اول $Q$ رو حساب کن

⑧ چشمه حرارتی با شدت متغیر ←

$$Q=\int\dot q\,dV\ ,\ q=\int_0^x\dot q\,dx$$

⑨ مخروط ←

$$\frac{dT}{dx}\propto\frac{1}{A}\ *\ x^2\frac{d^2T}{dx^2}+2x\frac{dT}{dx}=0\ \text{(کوشی اویلر)}\Rightarrow T=-\frac{C_1}{x}+C_2$$

- اگه توش $\dot q$ نباشه و شرایط پایا باشه ، $Q_x$ ثابته و $q_{max}$ توی کمترین $A$ اتفاق میفته

- شرایط ثابت بودن $Q$ : حالت پایا - $\dot q=0$ - یک بعدی

## ② مقاومت حرارتی

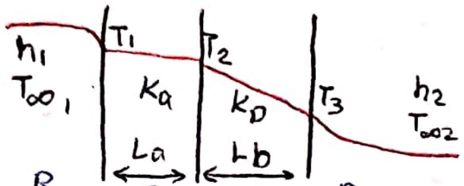
$$Q=\frac{\Delta T}{R}$$

$$R_{\text{کارتزینی}}=\frac{\Delta x}{kA}\ ,\quad R_{\text{استوانه‌ای}}=\frac{\ln\frac{r_2}{r_1}}{2k\pi L}\ ,\quad R_{\text{کروی}}=\frac{\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}}{4k\pi}$$

$$R_{\text{جابجایی}}=\frac{1}{hA}\ ,\quad R_{\text{تشعشع}}=\frac{1}{\sigma A(T_1+T_2)(T_1+T_2)^2}$$

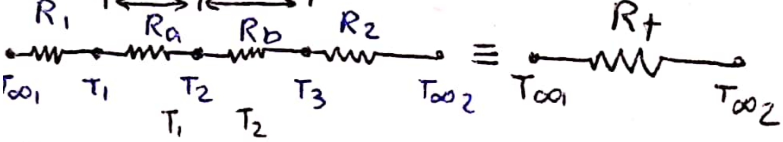
مقاومت معادل توی حالت:
- سری: $R=R_1+R_2+\cdots$
- موازی: $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots$

- دیوار مرکب بدون $\dot q$:



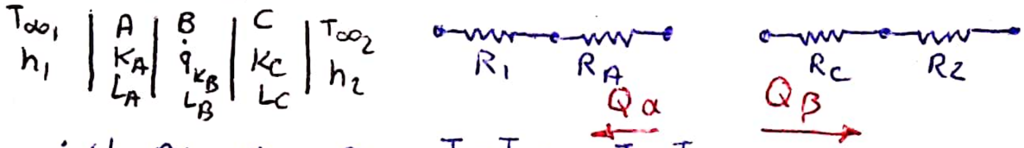

$$R_a=\frac{L_a}{k_aA}\ ,\quad R_b=\frac{L_b}{k_bA}$$

$$R_1=\frac{1}{h_1A}\ ,\quad R_2=\frac{1}{h_2A}\qquad R_t=R_1+R_a+R_b+R_2$$




$$Q=\frac{T_{\infty 1}-T_{\infty 2}}{R_t}=\frac{T_{\infty 1}-T_1}{R_1}=\frac{T_1-T_2}{R_a}=\frac{T_2-T_3}{R_b}=\frac{T_3-T_{\infty 2}}{R_2}$$

- دیوار مرکب با $\dot q$




$$\dot q(L_BA)=Q_\alpha+Q_\beta=\frac{T_1-T_{\infty 1}}{R_A+R_1}+\frac{T_2-T_{\infty 2}}{R_C+R_2}$$

- مقاومت کنترل کننده‌ی انتقال حرارت ← بزرگترین مقاومت حرارتی توی سیستم
  - توی مبادله‌گر جریان آب درمقابل هوای ساکن: مقاومت هوای ساکن
  - توی کندانسور: مقاومت آب توی لوله

↑ $h$ تغیر فاز

- روش های کاهش مقاومت تماسی: افزایش فشار تماس ـ کاهش زبری سطح ـ پر کردن فضای بین دو سطح با ماده‌ای با $K$ بیشتر از هوا (نظر نرم یا روغن گریس)

## ③ مواد عایق

$K$ صعودی با دما ← کنار پایین‌ترین دمای مجموعه

[ ترتیب عایق پیچی ]

- ترتیب عایق‌های مستقل از دما:
  - توی کارتزین:
  - " استوانه‌ای و کروی:

اهمیت
حداکثر مقاومت (حداقل اتلاف) وقتی که به ترتیب از $K$ کوچک به بزرگ بزاریم

$$Q=\frac{T_i-T_\infty}{R_{cond.}+R_{conv.}}=\frac{T_i-T_\infty}{\frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2k\pi L}+\frac{1}{h(2\pi r_o)L}}$$

- شعاع بحرانی عایق
  - با افزایش ضخامت عایق $(r_o)$: ↑ $R_{cond.}$ ، ↓ $R_{conv.}$
  - واسه $Q$ برحسب $r_o$ یه نقطه max داریم:

$$\left.\frac{dQ}{dr_o}\right|_{r_o=r_c}=0$$

  - توی سیستم
    - استوانه‌ای: $r_c=\frac{k_{\text{عایق}}}{h_{\text{هوا}}}$
    - کروی: $r_c=2\frac{k_{\text{عایق}}}{h_{\text{هوا}}}$

# «حرارت - پره»

## ① تعریف، پره‌های با سطح مقطع ثابت

$$\frac{d^2T}{dx^2}-\frac{hP}{kA}(T-T_\infty)=0 \xrightarrow[\theta=T-T_\infty]{m^2=\frac{hP}{kA}} \frac{d^2\theta}{dx^2}-m^2\theta=0 \Rightarrow \theta=C_1e^{mx}+C_2e^{-mx}$$

B.C.#1: $T(x=0)=T_0$

- معادلات دما
  - طول پره خیلی زیاد باشه ← دمای نوکش با دمای محیط یکیه
    $$\theta=\theta_0e^{-mx} \quad \text{or} \quad \cosh(mx)-\sinh(mx)=e^{-mx}$$
  - نوک پره عایق ← یا سطح مقطعش جلوی سطح جانبی‌ش کوچیک باشه (ضخامت ↓ و طول ↑)
    $$\theta=\theta_0\frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)}$$
  - " " جابجایی داشته باشه
  - " " دماش معلوم باشه

طول بی‌نهایت : $mL_\infty \geq 2.65$

$$Q=-kA\frac{d\theta}{dx}\Big|_{x=0}=\int_0^L h(Pdx)\theta$$

- محاسبه‌ی نرخ انتقال حرارت ← روش‌هاش :
  - حالت 1: $Q=\sqrt{hPkA}\cdot\theta_0$
  - حالت 2: $Q=\sqrt{hPkA}\cdot\theta_0\cdot\tanh(mL)$
- هرچی از سمت $x=0$ به انتهای پره بریم، $Q_{conv.}$ زیاد میشه، $Q|_x$ (همچنین $\frac{dT}{dx}\Big|_x$) کم میشه ولی جمعشون ثابته ↑
- هرچی $k$ پره ماده بیشتر باشه، $\frac{dT}{dx}$ ش کمتره

## ② خواص نشون

- راندمان (بازده) $(\eta_f)$
  - رابطه مادر :
    $$\eta_f=\frac{Q_{real}}{Q_{ideal}}$$
    یعنی دمای پایه با پره کلی باشه $(T_0)$ — یعنی $K$ زیاد باشه
    $$Q_{ideal}=hPL\theta_0$$
  - حالت 1: $\eta_f=\frac{1}{mL}$
  - حالت 2: $\eta_f=\frac{1}{mL}\cdot\tanh(mL)$

$$\eta_f \propto \frac{1}{mL}=\sqrt{\frac{KA}{hP}}\times\frac{1}{L}$$

$\eta \to 1 \; : \; L\to 0$

(یعنی راندمان دقیقاً ٪100، که اصن پره‌ای نباشه)

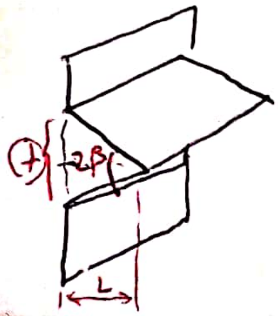
- مقاومت حرارتی پره :
  $$R_{fin}=\frac{1}{\eta_f hPL}$$
  مساحت سطح یه پره : $A_f=PL$ — طول پره $L$ ، سطح مقطعش
- راندمان کلی
  $$\eta_o=1-\frac{N.A_f}{A_t}(1-\eta_f)$$
  تعداد پره‌ها
  مساحت کلی : $A_t=A_0+NA_f$ — سطح بدون پره
- ضریب تأثیر (کارایی $\varepsilon$)
  - رابطه مادر :
    $$\varepsilon=\frac{Q_{\text{با پره}}}{Q_{\text{بی پره}}} \qquad Q_{\text{بی پره}}\to hA\theta_0$$
  - حالت 1: $\varepsilon=\sqrt{\frac{KP}{hA}}$
  - حالت 2: $\varepsilon=\sqrt{\frac{KP}{hA}}\times\tanh(mL)$
  - رابطه‌ش با راندمان :
    $$\varepsilon=\eta_f\frac{PL}{A}=\eta_f\frac{A_f}{A}$$
    ($A_f$ سطح جانبی، $A$ سطح مقطع)
  - قوی‌یه طراحی درست : $\varepsilon\geq 2$

$$\varepsilon \propto \sqrt{\frac{KP}{hA}}$$

یعنی پره باید در سمتی که $h$ کمتری داره نصب بشه.
مثلن توی رادیاتور، روی لوله

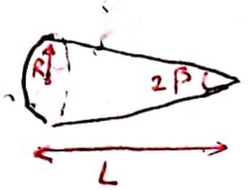
## ③ پره‌های با سطح مقطع متغیر

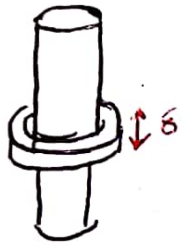
- پره مثلثی :



$$x^2\frac{d^2\theta}{dx^2}+x\frac{d\theta}{dx}-N^2\theta x=0$$

$$\left(N^2=\frac{2hL}{kt\cos\beta}\right)$$





- پره مخروطی :

$$\underbrace{x^2\frac{d^2\theta}{dx^2}+2x\frac{d\theta}{dx}}_{\frac{d}{dx}\left(x^2\frac{d\theta}{dx}\right)}-N^2x\theta=0 \qquad \left(N^2=\frac{2hL}{KR\cos\beta}\right) \qquad \cos\beta=\frac{R}{\sqrt{R^2+L^2}}$$

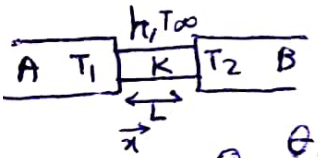
- پره حلقوی :

$$r^2\frac{d^2\theta}{dr^2}+r\frac{d\theta}{dr}-N^2r^2\theta=0 \qquad \left(N^2=\frac{2h}{K\delta}\right)$$

با افزایش شعاع، شار هم زیاد می‌شه

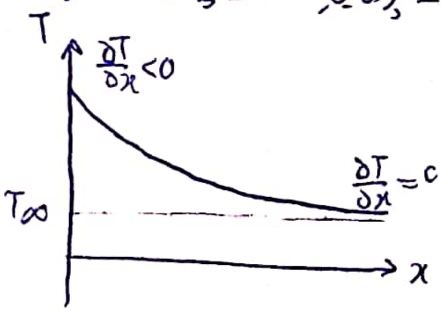
## ④ اضافات

- روش هارپر و براون
  - می‌شه راندمان هر پره‌ی نازک دلخواهی رو می‌شه از رابطه‌ی جلو حساب کرد : $\eta_f=\frac{1}{mL_c}\tanh(mL_c)$
  - اگه از $L_c$ (طول تصحیح شده) استفاده کنیم
  - شرط نازک بودن پره : $\frac{ht}{K}\ll\frac{1}{2}$
  - مقدار طول تصحیح شده
    - پره مستطیلی : $L_c=L+\frac{t}{2}$ (ضخامت پره)
    - پره میله‌ای : $L_c=L+\frac{D}{4}$
    - پره با نوک عایق : $L_c=L$



- پره‌ی دو طرف درگیر ← عملاً می‌شه پره با دماهای انتهایی مشخص
  - معادله‌اش : $$\theta=\frac{\theta_2\sinh(mx)+\theta_1\sinh(m(L-x))}{\sinh(mL)}$$
  - اگه $T_1=T_2=T$
    - معادله : $$\theta=\theta_0'\frac{\sinh(mx)+\sinh(m(L-x))}{\sinh(mL)}$$
    - محل دمای min : $\frac{d\theta}{dx}=0 \Rightarrow x=\frac{L}{2}$
    - مقدار $T_{min}$ : $$\theta\Big|_{x=\frac{L}{2}}=\theta_{min}=\frac{\theta'}{\cosh\left(\frac{mL}{2}\right)}$$

- پروفایل دمایی پره‌ی بلند



# «حرارت - هدایت دو بعدی»

## ① روش تحلیلی

ناهمگنه

- معادله‌ی لاپلاس → $\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}=0$
  - → توی شرط مرزی ناهمگن ، تابع ویژه اورتوگونال ( $\sin$ یا $\cos$ ) اگه $\theta(x,y=b)=Q$ ناهمگنه یعنی توی راستای y
  - → واسه اینکه ببینیم $\sin$ یا $\cos$ می‌ریم روی صفر راستای اورتوگونال و شرط مرزی رو می‌بینیم از چه نوعیه

## ② روش عددی

$$T_{m,n}=\frac{1}{4}(\text{مجموع دماهای اطراف})+\frac{\dot q(\Delta x)^2}{4k}$$

- توی نقاط داخلی
  - → اگه $\Delta x=\Delta y$ : هر دو روش موازنه و مشتق عددی جواب میدن ، رابطه :
  - → اگه $\Delta x\neq\Delta y$ : $\frac{T_{m,n+1}-2T_{m,n}+T_{m,n-1}}{(\Delta y)^2}+\frac{T_{m+1,n}-2T_{m,n}+T_{m-1,n}}{(\Delta x)^2}+\frac{\dot q}{k}=0$
  - → اگر خود $\Delta x$ ها و یا $\Delta y$ ها باهم برابر نباشن ، فقط موازنه انرژی
- توی نقاط مرزی
  - → روش موازنه
  - → اگه $\Delta x=\Delta y$

$$T_{m,n}=\frac{①+②+③+⑥}{④+⑤}$$

چه مقدار از A درون سیستم ما بینه

$①$ = تأثیر هدایت = $\sum$ ( سهم اون دما توی حجم کنترل $\times$ $T$ مؤثر )

$②$ = تأثیر جابجایی = $\sum$ ( سهم جابجایی از حجم کنترل ) $\times Bi \times T_\infty$ $\quad \left(Bi=\frac{h\cdot\Delta x}{k}\right)$

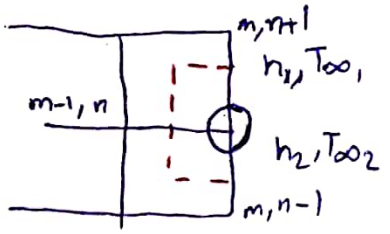
$③$ = تأثیر $\dot q$ = ( کسر حجمی حجم کنترل $\times \frac{\dot q(\Delta x)^2}{k}$ )

$⑥$ = تأثیر شار حرارتی ثابت = ( سهم شار مرز از حجم کنترل ) $\times \frac{q''(\Delta x)}{k}$

$④$ = سهم تأثیر هدایت = $\sum$ ( سهم دماهای دور توی حجم کنترل )

$⑤$ = سهم تأثیر جابجایی = ( سهم جابجایی از حجم کنترل ) $\times Bi$

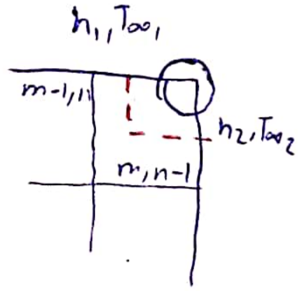
حرکت آینه دار سر سطح عایق




$①=\frac12 T_{m,n+1}+\frac12 T_{m,n-1}+T_{m-1,n}$

$②=\frac12 Bi_1T_{\infty 1}+\frac12 Bi_2T_{\infty 2}$

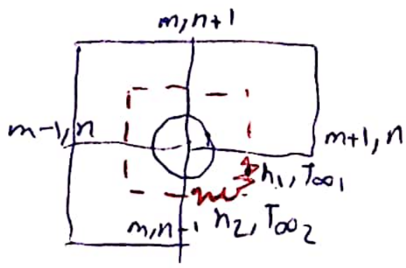
$③=\frac12\cdot\frac{\dot q(\Delta x)^2}{k}$




$①=\frac12 T_{m-1,n}+\frac12 T_{m,n-1}$

$②=\frac12 Bi_1T_{\infty 1}+\frac12 Bi_2T_{\infty 2}$

$③=\frac14\cdot\frac{\dot q(\Delta x)^2}{k}$




$①=\frac12(T_{m+1,n}+T_{m,n-1})+T_{m,n+1}+T_{m-1,n}$

$②=\frac12 Bi_1T_{\infty 1}+\frac12 Bi_2T_{\infty 2}$

$③=\frac34\cdot\frac{\dot q(\Delta x)^2}{k}$

## ③ روش ترسیمی

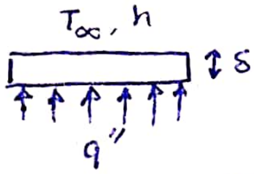
تعداد مسیرهای گرما

$$Q = kS\Delta T, \quad \text{ضریب شکل هدایتی} = S = \frac{ML}{N}, \quad S = [m] \qquad Q = MQ_i$$

تعداد مسیرهای بین دو خط ایزوترم

$$\Delta T = N \cdot \Delta T_j$$

$$R = \frac{1}{kS} \longrightarrow$$ واسه ی پیدا کردن S تو دستگاه های مختلف




$$q''A - hA(T - T_\infty) = mc\frac{dT}{dt} = \rho A\delta c\frac{dT}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_{T_\infty}^{T} \frac{dT}{q'' - h(T - T_\infty)} = \frac{1}{\rho\delta c}\int_0^t dt \Rightarrow \frac{-1}{h}\ln\frac{q'' - h(T - T_\infty)}{q''} = \frac{t}{\rho\delta c}$$

$$\Rightarrow \frac{q'' - h(T - T_\infty)}{q''} = 1 - \frac{T - T_\infty}{q''/h} = e^{-\frac{ht}{\rho\delta c}}$$

# «حرارت - هدایت ناپایا»

$Bi < 0.1$

## ① روش Lumped

- عدد $Bi$ ،

$Bi = \frac{hL}{K}$ (h: سیال ، K: جامد ، L: طول مشخصه)

طول مشخصه ، $L = \frac{V}{A}$ :

(کره به قطر a = مکعب به ضلع a = استوانه به قطر و طول a)

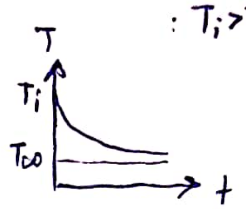
- حالت $T_i > T_\infty$ : (سرمایش ، $\Delta U < 0$)

$$-hA(T-T_\infty) = mc\frac{dT}{dt} \Rightarrow \frac{T-T_\infty}{T_i-T_\infty} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$\tau$ ← ثابت زمانی سیستم ، $\tau = \frac{\rho V c}{hA}$

$$Q' = -mc\frac{dT}{dt} \Rightarrow Q' = hA(T_i-T_\infty)\cdot\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$Q = \int_0^t Q'\,dt \Rightarrow Q = \rho V c(T_i-T_\infty)\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$




$$\tau = \frac{1}{St\cdot A}$$

هرچی $\tau$ ↓ ، جسم زودتر به دمای محیطی می‌رسه

$Fo > 0.2$

## ② نمودار ها سیلر

- عدد $Fo$ ،

$$\frac{Q_{cond.}}{\text{ذخیره انرژی}} = Fo = \frac{\alpha t}{L^2}$$

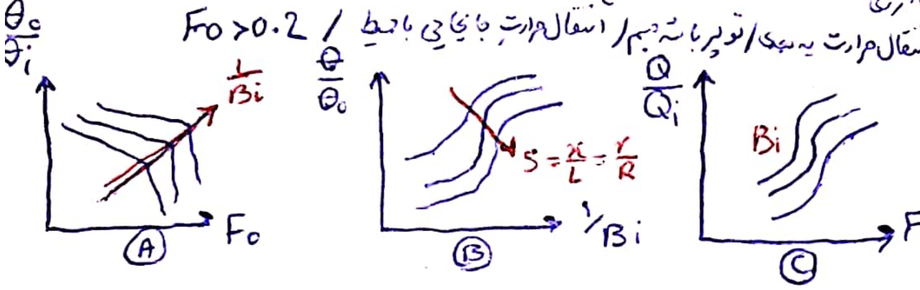
تغییر دمای محدود به نزدیکی مرزهای جسم جامد $\equiv (\uparrow L_{cr}\ \downarrow t) \downarrow Fo$ ، $\left(\frac{t}{\tau} = Bi \times Fo\right)$

- شرایط نمودارهای سیلر ← $\dot q = 0$ / $\alpha = cte$ / انتقال حرارت یک بعدی / توزیع یکنواخت جسم / انتقال حرارت جابجایی با محیط / $Fo > 0.2$

- به صورت عادی :

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{\theta}{\theta_0} \times \frac{\theta_0}{\theta_i}$$

$\frac{\theta}{\theta_0}$ ← مستقل از زمانه ، یعنی $\left.\frac{\theta}{\theta_0}\right|_{t=1} = \left.\frac{\theta}{\theta_0}\right|_{t=2}$




$Fo << 0.1$

## ③ جسم نیمه بی نهایت

- حالت دما ثابت :

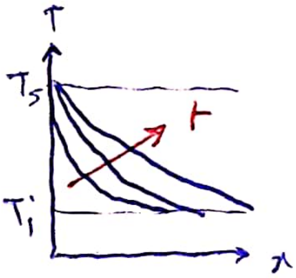
$$\frac{T-T_i}{T_s-T_i} = 1-erf\left(\frac{x}{\sqrt{4\alpha t}}\right), \quad Q' = \frac{kA(T_s-T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}} \quad Q \propto \sqrt{\frac{K}{t}}$$

$\sqrt{k\rho c}$ ← افیوزیویته

$$Q_{total} = 2kA(T_s-T_i)\sqrt{\frac{t}{\pi\alpha}}, \quad x = \sqrt{2\alpha t},$$

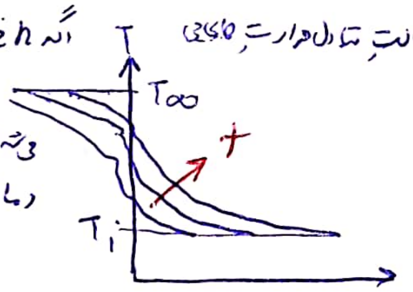
(عمقی از جسم که توسط سطح گرم (سرد) شده)

← $x_{max}$ ؛ مشخصه‌ی عکس العمل حرارتی سیستم بعد از یه تغییر ناگهانی

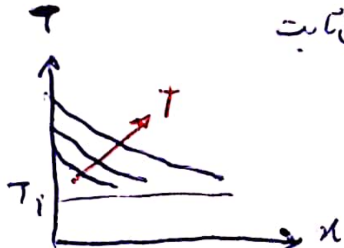



- حالت تبادل حرارت جابجایی

اگه h خیلی بزرگ باشه ، $R_{conv.} \to 0$ و دمای دیواره با دمای محیط یکی میشه و میشه از جواب و معادله‌ی توزیع دما حالت دما ثابت استفاده کرد




- حالت شار حرارتی ثابت




- دمای فصل مشترک دو جسم :

$$Q'_1 = Q'_2 \Rightarrow T = \frac{\sqrt{k_1\rho_1 c_1}\,T_1 + \sqrt{k_2\rho_2 c_2}\,T_2}{\sqrt{k_1\rho_1 c_1} + \sqrt{k_2\rho_2 c_2}}$$

$$\left(\frac{Q}{Q_i}\right)_{کل} = \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_2 - \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_1 \times \left(\frac{Q}{Q_i}\right)_2$$

## ④ روش های عددی

- محاسبه‌ی دمای نقاط داخلی
  - با تقریب های عددی
    - روش صریح ← شرط پایداری : $Fo < \frac{1}{2n}$
    - روش ضمنی (بدون شرط پایداری)
  - موازنه انرژی

- ~ مرزی ~ ~ ~
  - ~ ~
  - روش تفاضل محدود با شرط پایداری روش صریح :

$$Fo << \frac{\text{کسر حجمی حجم کنترل}}{\text{خرج T توی حالت پایا}}$$

(از روش قبلی توی صفحه قبل)

HARVEST 26

# « حرارت - جابجایی اجباری »

## ① مقدمات

- عدد $Pr$:

$$Pr=\frac{\nu}{\alpha}=\frac{\mu C_p}{K}=\left(\frac{\delta}{\delta_t}\right)^3$$

$\nu$ فلزات مایع: $0.004-0.03$ ، گازها: $0.7-1$ ، روغن‌ها: $50-10^5$

معرف خواص فیزیکی سیال

- عدد $Ec$:

$$Ec=\frac{u^2}{c_p\Delta T}=\frac{\text{انرژی جنبشی سیال}}{\text{توان ذخیره انرژی توسط سیال}}$$

$$\frac{Ec}{Re}\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right)^2$$

- عدد $Re$:

$$Re=\frac{\rho u L}{\mu}=\frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{" ویسکوز}}$$

مقدار بحرانی: جریان خارجی: $5\times10^5$ ، " داخلی: $2300$

$$\bar{h}=\frac{1}{L}\int_0^x h\,dx \quad \text{میانگین}$$

$$h=\frac{-k\frac{\partial T}{\partial y}\big|_{y=0}}{T_w-T_\infty}$$

بدون بعد

- عدد $Nu$:

$$\frac{hL}{k}=Nu=-\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0}$$

مقدار متوسط: $\overline{Nu}=\frac{\bar{h}L}{K}$

معادله با ضریب اصطکاک سیالات

- تلفات ترشی (اصطکاکی):

$$\frac{\mu}{\rho C_p}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

صرف اتلاف انرژی ناشی از ویسکوزیته

در سرعت‌های بالا مهم

کی صرف‌نظر: $Br\ll1 \Rightarrow Pr.Ec\ll1$

$$C_f=\frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2}=\frac{-\mu\frac{\partial u}{\partial y}\big|_{y=0}}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2}\Rightarrow C_f=\frac{-2}{Re}\cdot\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0}$$

## ② ون کارمن

- معادله انتگرالی مومنتوم:

$$\frac{d}{dx}\int_0^\delta u(u_\infty-u)\,dy=\nu\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

$@y=0:\ u=0,\ \frac{\partial^2u}{\partial y^2}=0$

$@y=\delta:\ u=u_\infty,\ \frac{\partial u}{\partial y}=0$

$$\frac{u}{u_\infty}=\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

$$\Rightarrow\frac{\delta}{x}=\frac{4.64}{\sqrt{Re_x}}$$

$\delta\alpha\sqrt{x}$

$\delta\ \alpha\sqrt{\frac{\mu x}{\rho u_\infty}}$ ، $\nu_{\text{آب}}<\nu_{\text{هوا}}$

- معادله انتگرالی انرژی:

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_t}u(T_\infty-T)\,dy=\alpha\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

$@y=0:\ T=T_w,\ \frac{\partial^2T}{\partial y^2}=0$

$@y=\delta_t:\ T=T_\infty,\ \frac{\partial T}{\partial y}=0$

$$\frac{T-T_w}{T_\infty-T_w}=\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_t}\right)^3$$

$$\Longrightarrow\frac{\delta_t}{\delta}=\frac{1}{1.026}Pr^{-1/3}\ \alpha\left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{-1/3}$$

$\delta_t\ \alpha\sqrt{\frac{x}{u_\infty}\mu^{\frac{1}{3}}}$ ، $h\ \alpha\frac{1}{\delta_t}$

اگه $h$ رو با اینا دربیاریم: $h=\frac{3K}{2\delta_t}$

## ③ $Nu$ اجباری - آرام - صفحه تخت

- $T_w$ ثابت:

$$\frac{hx}{K}=Nu_x=0.332Re_x^{1/2}Pr^{1/3}$$

$Nu_x\,\alpha\,x^{1/2}$ ، $h\,\alpha\,x^{-1/2}$ ، $\bar{h}=2h|_{x=L}$ ، $\frac{\partial T}{\partial y}\big|_{y=0}\alpha\,x^{-1/2}$

if $Nu=ax^n \Rightarrow \bar{h}=\frac{1}{n}h|_{x=L}$

if $h_x\,\alpha\,x^n \Rightarrow \bar{h}=\frac{1}{n+1}h|_{x=L}$

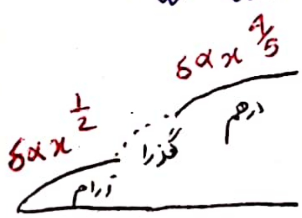
- $q''$ ثابت:

$$\frac{hx}{K}=Nu_x=0.453Re_x^{1/2}Pr^{1/3}$$

$Nu_x\,\alpha\,x^{1/2}$ ، $h\,\alpha\,x^{-1/2}$ ، $\bar{h}=2h|_{x=L}$ ، $\frac{\partial T}{\partial y}\big|_{y=0}=cte$

$(T_w-T_\infty)\ \alpha\sqrt{x}$ ، $\overline{(T_w-T_\infty)}=\frac{1}{L}\int_0^L(T_w-T_\infty)\,dx=\frac{2}{3}(T_w-T_\infty)\big|_{x=L}$

## ④ تشابه و $Nu$ درهم



$\delta\alpha x^{\frac{1}{2}}$ ، $\delta\alpha x^{4/5}$

$$\frac{u}{u_\infty}=\left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7},\quad \delta=\delta_t,\quad \delta\alpha x^{4/5}$$

$C_f=f_{faning}$ ، $f_{darcy}=4C_f$

- تشابه رینولدز (با فرض $Pr=1$):

$$C_f=\frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2}\qquad \frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2}=\frac{C_f}{2}=St$$

$$St=\frac{Nu}{Re.Pr}=\frac{h}{\rho u C_p}=\frac{\text{تولید جابجایی حرارت}}{\text{ذخیره سازی انرژی}}$$

$h\,\alpha\,C_f\,\alpha\,\tau_w\,\alpha\,\Delta P$

- تشابه کلبرن:

$$\frac{C_{f_x}}{2}=St_x.Pr^{2/3}$$

کجاهایی می‌توان ازش استفاده کرد: جریان آرام لوله - شرایط شار ثابت - جریان: ازدیاد سطح صفحه

- شرایط تشابه: شکل هندسی یکسان - رژیم جریان یکسان - شرایط مرزی بدون بعد یکسان - مکانیزم انتقال یکسان

- $Nu$ اجباری - درهم - صفحه تخت:

$T_w$ ثابت:

$$\frac{hx}{k}=Nu_x=0.0296Re_x^{4/5}Pr^{1/3}$$

$Nu_x\,\alpha\,x^{4/5}$ ، $h\,\alpha\,x^{-1/5}$ ، $\bar{h}=\frac{5}{4}h|_{x=L}$

$q''$ ثابت:

$$Nu_x\big|_{q''=cte}=1.04\times Nu_x\big|_{T_w=cte}$$

## ⑤ اضافات

$Pr \ll 1 \Rightarrow \delta \ll \delta_t \Rightarrow \delta \simeq 0 \;,\; u = u_\infty \Rightarrow \delta_t = \sqrt{\dfrac{8\alpha x}{u_\infty}}$

$Nu_x = 0.53\, Re_x^{1/2} Pr^{1/2}$

- فلزات مایع ← Nu - اجباری - آرام - صفحه تخت - $T_w$ ثابت: $(h_{\text{فلزات مذاب}} > h_{\text{مایعات معمولی}})$

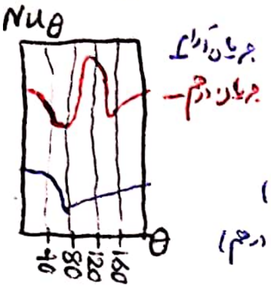
- عدد Pe: $Pe = Re \cdot Pr = \dfrac{uL}{\alpha} = \dfrac{uL\rho c_p}{k}$ ، $Pe = \dfrac{\dot m c_p \Delta T}{kA\frac{\Delta T}{L}}$

$Pe \gg 1$ : همرفتی $\ll$ ترم نفوذ

$Pe \ll 1$ : 〃 $\gg$ 〃

$Pe \to 0$ : mixed flow

$Pe \to \infty$ : plug flow




- جریان روی استوانه $Re_c = 2\times10^5$
  - اوایل گرادیان فشار مطلوب $(\frac{\partial P}{\partial x} < 0)$
  - بعد توی نقطه‌ای $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ ، سرعت max می‌شه
  - بعد بخاطر گرادیان فشار نامطلوب $(\frac{\partial P}{\partial x} > 0)$ ، سرعت کم می‌شه
  - نقطه جدایی ← گرادیان سرعت روی سطح صفر می‌شه

(جدایی) $80°$ ← آرام ← min

(تبدیل آرام به درهم) $80°$ ← درهم

(جدایی) $140°$

(جلوی استوانه) $0°$ ← آرام ← max

(عبور از آرام به درهم) $115°$ ← درهم

## ⑥ جریان داخلی

- طول ورودی هیدرودینامیکی
  - آرام: $\dfrac{x_{fd,h}}{D} = 0.05\, Re$
  - درهم: $10 \le \dfrac{x_{fd,h}}{D} \le 60$
  - شرط توسعه‌یافتگی: $\dfrac{\partial u}{\partial x} = 0$

- طول ورودی حرارتی
  - آرام: $\dfrac{x_{fd,t}}{D} = 0.05\, Re Pr$
  - درهم: $\dfrac{x_{fd,t}}{D} = 10$
  - شرط توسعه‌یافتگی حرارتی: $\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{T_w - T}{T_w - T_m}\right) = 0$

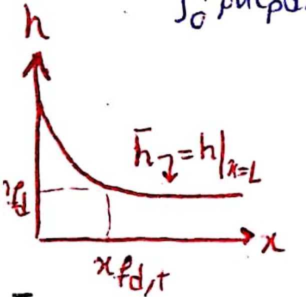
$h = \dfrac{-k\frac{\partial T}{\partial r}\big|_{r=R}}{T_w - T_m}$

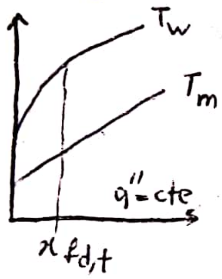
- دمای متوسط سیال توی لوله: $E = \dot m c_p T_m = \int \rho u c_p T\, dA$

$\Rightarrow T_m = \dfrac{\int_0^R \rho u c_p T\, dA}{\int_0^R \rho u c_p\, dA} \overset{\sim}{\underset{\sim}{=}} \dfrac{\int_0^R urT\, dr}{\int_0^R ur\, dr}$

- سرعت متوسط سیال توی لوله: $\dot m = \rho u_m A = \int \rho u\, dA$

$\Rightarrow u_m = \dfrac{\int \rho u\, dA}{\rho A} \xrightarrow{\text{لوله دایروی}} \dfrac{2}{R^2}\int_0^R ur\, dr$



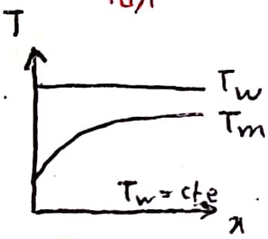

- حالت شار ثابت:

$q''(P\,dx) = \dot m c_p\, dT_m$

if $q'' = cte \Rightarrow T_m - T_{m_i} = \dfrac{q'' P}{\dot m c_p} x$

$q''(P\,dx) = h(P\,dx)(T_w - T_m) \Rightarrow T_w - T_m = \dfrac{q''}{h}$ ← توسعه‌یافته: ثابت ، توسعه نیافته: متغیر

- حالت دما ثابت:




$h(P\,dx)(T_w - T_m) = \dot m c_p\, dT_m \xrightarrow{\int} \dfrac{T_w - T_m}{T_w - T_{m_i}} = \exp\left(-\dfrac{hP}{\dot m c_p}x\right)$

$\Rightarrow \ln\dfrac{\Delta T_o}{\Delta T_i} + 4\, St \cdot \dfrac{L}{D} = 0$

زبری لوله، باعث افزایش h می‌شه

- Nu اجباری لوله، آرام، توسعه‌یافته
  - $T_w$ ثابت: $Nu_D = 3.66$
  - $q''$ 〃: $Nu_D = 4.36$

- Nu اجباری لوله درهم، توسعه یافته، جنس ثابت ← تجربه: $Nu_D = 0.023\, Re_D^{0.8} Pr^n \left(\dfrac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$ ($n = 0.4$ : گرمایش ، $n = 0.3$ : سرمایش)

- Nu توی ورودی ← وابسته به $Gz^{-1}$
  - $Gz = \dfrac{Re_D \cdot Pr}{x/D}$ : بعد Gz
  - توی ورود طول ورودی آدیاباتیک: $Nu_D$ مستقل از Pr
  - 〃 〃 〃 مرکب ← 〃 وابسته به Pr ؛ $(\downarrow Nu_D \leftarrow \uparrow Pr)$
  - $Pr \to \infty$ : مشابه حالت آدیاباتیک
  - شرایط کاملاً توسعه‌یافته: $Gz^{-1} = 0.05$

صفحه افقی: $L = \dfrac{A}{P}$

# « حرارت - جابجایی طبیعی »

## ① مقدمات

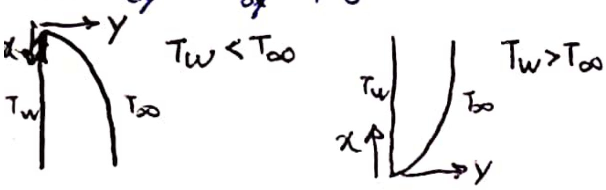
- در اثر حرکت سیال در اثر نیروی شناوری ← دراثر نیروهای گرانشی / گرادیان چگالی سیال

$$\beta = \frac{-1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{-1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P = \frac{-1}{\rho}\left(\frac{\rho_\infty-\rho}{T_\infty-T}\right) \quad [\tfrac{1}{K}]$$

- ضریب انبساط حجمی

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\beta g(T-T_\infty)$$

- معادله بقای مومنتوم




$$Gr = \frac{g\beta\overbrace{(T_w-T_\infty)}^{\Delta T}L^3}{\nu^2} \qquad \delta = \delta_t$$

- $Gr \propto x$ ← معادل Re واسه جابجایی طبیعی :

$$Gr = \frac{\text{نیروهای بویانسی}}{\text{نیروی ویسکوز}}$$

- معیار اهمیت مکانیزم های جابجایی

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{g\beta(T_w-T_\infty)L}{u_0^2}$$

اگه $\frac{Gr}{Re^2}>>1$ : $Nu_L = f(Gr, Pr)$

ولی اگه $\frac{Gr}{Re^2}<<1$ : $Nu_L = f(Re, Pr)$

## ② ون کارمن

- معادله انتگرالی مومنتوم:

$$\frac{d}{dx}\int_0^\delta \rho u^2 dy = -\cancel{\mu}\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} + \int_0^\delta \rho g\beta(T-T_\infty)dy$$

$@y=0:\ u=0,\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{g\beta(T_w-T_\infty)}{\nu}$ ; $@y=\delta:\ u=0,\ \frac{\partial u}{\partial y}=0$ $\longrightarrow$ $\frac{u}{u_0} = \frac{y}{\delta}\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2$

- معادله انرژی:

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_t=\delta} u(T-T_\infty)dy = -\alpha\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

$@y=0:\ T=T_w$ ; $@y=\delta:\ T=T_\infty,\ \frac{\partial T}{\partial y}=0$ $\longrightarrow$ $\frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty} = \left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2$

$$\Longrightarrow \frac{\delta}{x} = f(Pr).Gr_x^{-1/4} \Rightarrow \frac{\delta}{x} \propto (x^3)^{-1/4} \Rightarrow \delta \propto x^{1/4} \qquad u_{max}\ @\ y=\frac{\delta}{3}$$

اگر سیال هوا باشد ($Pr\simeq1$) $Ra \simeq Gr$

$$Ra = \frac{g\beta(T_w-T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = \frac{\text{نیروهای شناوری}}{\text{پخش گرما}}$$

$Ra = Gr.Pr$ : $Ra \propto x$

- اگه h رو با اینا دربیاریم: $h=\frac{2k}{\delta}$

- تعیین رژیم جریان توی جابجایی طبیعی ← $Ra_c \simeq 10^9$ مقدار بحرانی واسه سطوح عمودی

## ③ Nu

- جابجایی طبیعی، جریان آرام، صفحه عمودی

$T_w$ ثابت :

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = f(Pr).Gr_x^{1/4}, \quad Nu_x \propto x^{3/4}, \quad h \propto x^{-1/4}, \quad \bar{h} = \frac{4}{3}h\Big|_{x=L}$$

$q''$ ثابت :

$$Gr^* = Gr.Nu = \frac{g\beta h(T_w-T_\infty)x^4}{k\nu^2} = \frac{g\beta q'' x^4}{k\nu^2} ; \quad Gr^* \propto x^4$$

$$\frac{hx}{k} = Nu_x = f(Pr).Gr_x^{*\,1/5}, \quad Nu_x \propto x^{4/5}, \quad h \propto x^{-1/5}, \quad \bar{h} = \frac{5}{4}h\Big|_{x=L}$$

$$q'' = h(T_w-T_\infty) \Rightarrow (T_w-T_\infty) \propto x^{1/5}, \quad \overline{(T_w-T_\infty)} = \frac{5}{6}(T_w-T_\infty)\Big|_{x=L}$$

- جابجایی طبیعی، جریان درهم، صفحه عمودی

$T_w$ ثابت : $\frac{hx}{k} = Nu_x = f(Pr).Gr_x^{1/3}, \quad Nu_x \propto x, \quad h=\bar{h}=cte$

$q''$ ثابت : $\frac{hx}{k} = Nu_x = f(Pr).Gr_x^{*\,1/4}, \quad Nu_x \propto x, \quad h=\bar{h}=cte$

$$Gr_x\big|_{\text{عمودی}} > Gr_x\big|_{\text{مایل}} \Longrightarrow h_x\big|_{\text{عمودی}} > h_x\big|_{\text{مایل}} > h_x\big|_{\text{افقی}}$$

## ④ فضای بسته

- صفحات افقی
  - گرم / سرد ← جابجایی طبیعی نداریم

    $\frac{h\delta}{k} = Nu = 1$ ($k$ ← سیال)

  - سرد / گرم
    - $Gr<1700$ ، Cond. $(Nu=1)$
    - $Gr\uparrow$ ← سلولهای بنارد، شروع حرکت
    - $Gr>50000$ ← تلاطم، از بین رفتن حرکت منظم سلولهای بنارد

- صفحات عمودی
  - $Gr<10^3$ ← سیال ساکنه، Cond.، توزیع دما خطی
  - $Gr\uparrow$ ← حرکت سیال، داریم Conv.، $\uparrow Nu$، توزیع دما غیرخطی
  - $Gr>10^7$ ← حرکت حلقوی سیال، سیال در سطح ثابت، توزیع دما:

**⑤ اطراف کره**

- سیال ساکن :

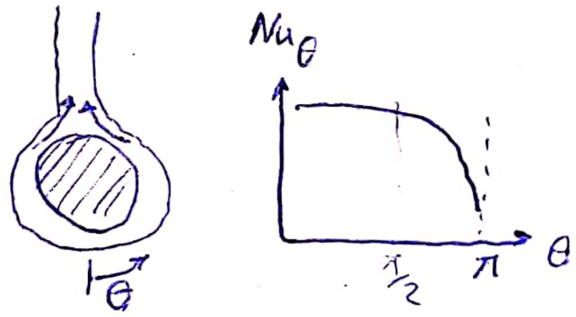
هدایت در کره ، جابجایی از کره به سیال

$$Q = 4k\pi R(T_w - T_\infty) \quad , \quad Q = h(4\pi R^2)(T_w - T_\infty) \Rightarrow \frac{hR}{k} = 1 \Rightarrow \frac{hD}{k} = Nu = 2$$

- سیال متحرک

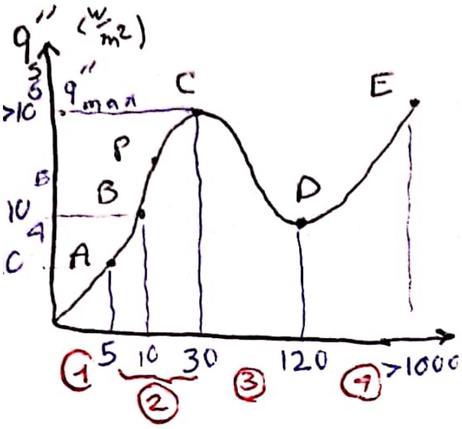
جابجایی طبیعی : $Nu = f(Gr, Pr)$

" اجباری : $Nu = f(Gr, Re, Pr)$



# «حرارت - جوشش و چگالش»

## ① جوشش




استخری

$h_{max} \leftarrow P$

- انواعش ← استخری ← دانه جوشش مایع ساکن
  - انواعش ← اشباع
  - زیرسرد (موضعی)
- اجباری ← دسته جوشش مایع متحرک
  - انواعش ← داخلی
  - خارجی

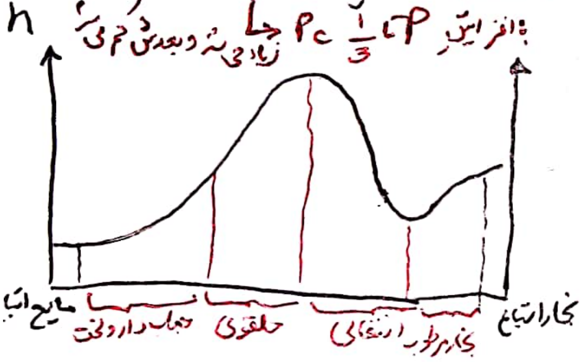
- ① جابجایی آزاد - $\Delta T < 5^\circ$ -- اصلاً حباب بخار تشکیل نمی‌شه
- ② هسته‌ای (حباب) - $5^\circ < \Delta T < 30^\circ$ — ترجیح می‌دیم دستگاه‌ها اینجا کار کنند
  - ← $B$ تا $A$ ← حباب‌های جدا تشکیل می‌شه
  - ← $C$ تا $B$ ← حباب‌های بخار به صورت ستون‌هایی از سطح جدا می‌شن و به هم می‌پیوندن
  - توی $C$ : تعداد حباب‌ها که توی فصل مشترک تولید شده با دو تایی که فصل مشترک رو ترک می‌کنه برابرن
  - بعد از $C$، تولید بخار بیشتر می‌شه و تجمع داریم و مثل عایق حرارتی عمل می‌کنه
- ③ گذرا (انتقالی) - $30^\circ < \Delta T < 120^\circ$ ← هرچی $T_w$ زیاد شه، شارش کم می‌شه. نقطه $D$ (لیدن فراست)، کمترین شار، توش فیلم پایدار بخار تشکیل می‌شه
- ④ فیلمی (لایه‌ای) - $\Delta T > 120^\circ$ ← نرخ انتقال حرارت خودش کمه ولی تشعشع داریم

$$q_{max} = C h_{fg}\sqrt{\rho_v}\,\left(\sigma g(\rho_L-\rho_v)\right)^{1/4}\cdot\left(\frac{\rho_L+\rho_v}{\rho_L}\right)^{1/2}$$

$q_{max}$:
- مستقل از جنس جامد و $\Delta T$
- وابسته به $\sigma$ و $h_{fg}$ و $g$ و فشار و

- توی منطقه‌ی جوشش:
  - هسته‌ای: $\uparrow Q$ ، $\downarrow \frac{dT}{dt}$
  - فیلم (انتقالی): $\downarrow Q$ ← دیواره سیالات ، $\uparrow \frac{dT}{dt}$ ← تغییرات دما

$h$ با افزایش $P$ تا $\frac{1}{3}P_c$ زیاد می‌شه و بعدش کم می‌شه




اجباری

- $q_{max}$ و $q_{min}$ و $q$ فیلمی $\propto g^{1/4}$ × (زبری سطح) ⓪
- $q$ هسته‌ای $\propto g^{0}$ × (زبری سطح) ⓪

## ② میعان (چگالش)

$$u = \frac{(\rho_L-\rho_v)g(\delta y - \frac{1}{2}y^2)}{\mu}, \quad \dot{m} = \frac{\rho_L(\rho_L-\rho_v)g\delta^3}{3\mu}, \quad \delta^4 = \frac{4\mu k x \Delta T}{g h_{fg}\rho_L(\rho_L-\rho_v)}, \quad \delta^4 \propto \frac{\mu k x \Delta T}{h_{fg}}$$

$$h = \frac{k}{\delta} \Rightarrow h^4 = \frac{k^4}{\delta^4} \Rightarrow h^4 \propto \frac{k^3 h_{fg}}{\mu x \Delta T}, \quad \bar{h} = \frac{4}{3}h\Big|_{x=L}, \quad R = \frac{\delta}{kA}$$

$\delta$ ← دیواره با جریان مایع دارد در عرض ضخیم

$$Re = \frac{4\Gamma}{\mu} = \frac{4\bar{h}L(T_g-T_w)}{\mu h_{fg}}$$

عدد میعان $Co = \bar{h}\left(\frac{\mu^2}{\rho_L(\rho_L-\rho_v)gk^3}\right)^{1/3}$

- آرام ($Re<1800$): $Co = 1.5Re^{-1/3}$ ؛ $Re\downarrow \rightarrow \delta\downarrow \rightarrow Co\uparrow$
- درهم ($Re>1800$): $Co = 0.0077Re^{0.4}$ ؛ $Re\uparrow \rightarrow \uparrow$ تلاطم $\rightarrow Co\uparrow$

- سیستم‌های سقایی: $\bar{h}_D \propto D^{-1/4}N^{-1/4}$
  - ← شماره‌ی لوله که $N$ تا زیر هم‌اند ($\downarrow\bar{h} \leftarrow \uparrow N$)

$\frac{L}{D} > 2.87 \xrightarrow{\text{یعنی اگر}}$ افقی ($h\uparrow$)

- توی کندانسورهای افقی، جریان درهم نداریم

$h_{\text{قطره‌ای}} > h_{\text{فیلمی}}$ ← بازبرکردن

$h_{\text{میعان بخار ناخالص}} < h_{\text{میعان بخار خالص}}$

HARVEST 29

# «حرارت – مبدل حرارتی»

## ① مقدمات

$$Q = UA\Delta T \quad , \quad U_i \overbrace{A_i}^{2\pi rL} = U_o A_o \quad , \quad UA = \frac{1}{R} \longrightarrow R = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln\frac{R_o}{R_i}}{2k\pi L} + \frac{1}{h_o A_o}$$

(پاس لوله – پاس پوسته)

$$R_f = \frac{1}{U_{\text{کثیف}}} - \frac{1}{U_{\text{تمیز}}}$$

دمای کثیف‌تر ↑ سرعت سیال ↓ مدت کارکرد

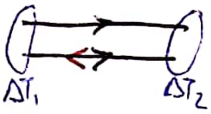
$$Q = C_c(T_{co} - T_{ci}) = C_h(T_{hi} - T_{ho}) = \dot m h_{fg}$$

– سیال حرارتی نشده ← جریان گاز با h کم

## ② روش LMTD

– فرضیات: بدون اتلاف حرارت – صرفنظر از $\Delta E_k$ و $\Delta U$ – صرفنظر از cond. – فرآیند پایا – $C_p$ها ثابت – U ثابت

$$Q = UA \overset{F}{\cdot} LMTD$$



$$LMTD = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}}$$

اختلاف دمای بین جریان گرم و سرد

توی یه طرف مبدل

– دانسه ناهمسو بیشتره – اگه یکی تغییرفاز بده، دانسه‌ی همسو و ناهمسو یکی میشه

– همیشه بین $\Delta T_1$ و $\Delta T_2$

– ضریب تصحیح (F) → $F \leq 1$ ← وقتی یکی تغییرفاز بده

با پاس لوله تغییر نمی‌کنه

با افزایش پاس پوسته، پیوسته زیاد میشه

## ③ روش ε-NTU

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{واقعی}}}{Q_{max}} = \frac{\Delta T_{min\ \text{سیال}}}{\Delta T_{max}}$$

– ضریب تأثیر (راندمان) [مقدار اثر]

دانسه ناهمسو حداکثره و دانسه‌ی همسو حداقل

$$\Delta T_{max} = T_{hi} - T_{ci}$$

سیال min ← سیال با $\dot m C_p$ کمتر ($\Delta T$ بیشتر)

$$Q_{max} = C_{min}\Delta T_{max}$$

$$C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{(\dot m C_p)_{min}}{(\dot m C_p)_{max}} \quad , \quad NTU = \frac{UA}{C_{min}} = \frac{\Delta T_{min\ \text{سیال}}}{LMTD}$$

(معیاری از اندازه مبدل و کیفیت انتقال حرارت)

NTU → یعنی تعداد واحدهای انتقال حرارت

هرچی بیشتر، ε هم زیاد میشه

مقدار max ش دانسه‌ی همسو (3) و دانسه‌ی ناهمسو (5)

$NTU \to \infty$ → ناهمسو: $\varepsilon = 1$ (همیشه)

هم‌سو: $\varepsilon = 1$ (اگه $C_r = 0$)

– اگه یه سمتی تغییرفاز بده → کندانسور و بویلر

$$C_r = \frac{C_{min}}{\infty} = 0$$

$$\varepsilon = 1 - \exp(-NTU)$$

$$\dot m C_{p\,max} = \infty$$

وقتی که تغییرفاز نمی‌ده حداقله

$C_r$ = 0 حداکثر بازده، 1 حداقل بازده

– جریان همسو → وقتی ویسکوزیته‌ی جریان خیلی زیاده

برخی مواد دارویی و غذایی

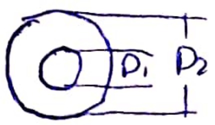
## ④ اضافات

– سیال → توی لوله: خورنده – سمی و اشتعال‌زا – رسوب‌زا – پرفشار

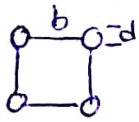
توی پوسته: ویسکوز

– قطر معادل

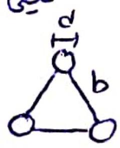
$$r_H = \frac{\text{مساحتی که جریان عبور می‌کنه}}{\text{محیطی که تبادل حرارت انجام میشه}} \quad , \quad D_H = 4r_H$$



$$r_H = \frac{\frac{\pi}{4}(D_2^2 - D_1^2)}{\pi D_1}$$



$$r_H = \frac{b^2 - \frac{\pi}{4}d^2}{\pi d}$$



$$r_H = \frac{\frac{\sqrt3}{4}b^2 - \frac{\pi}{4}d^2}{\pi d}$$

– دانسه‌ی U متغیر با $\Delta T$ دانسه‌ی جریان همسو:

$$U = a + b\Delta T \Rightarrow Q = A\frac{U_1\Delta T_2 - U_2\Delta T_1}{\ln\frac{U_1\Delta T_2}{U_2\Delta T_1}}$$

$$-\text{if} \quad NTU = \frac{1}{C_r - 1}\ln\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon C_r - 1}\right) \text{ and } C_r = 1 \Rightarrow NTU = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}$$

یعنی هر دو سیال مثل هم

$$\dot m = n\rho u A$$

– ریبویلر ترموسیفون → برخلاف بقیه سیال فرآیندی: لوله

بخار: پوسته

طراحی بر مبنای حداقل افت فشار

HARVEST 30

# «حرارت ـ تشعشع»

$\gamma - X - UV -$ مرئی $- IR - Micro$

افزایش طول موج ⟶ ⟵ افزایش انرژی

قرمز ـ نارنجی ـ زرد ـ سبز ـ آبی ـ نیلی ـ بنفش ـ سفید

- فوتون ها: $\lambda \nu = c = 3\times10^{8}\ m/s$
- انرژی: $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

$\alpha = f(\lambda, T, \beta,$ نوع سطح $)$ (زبری، جنس

توان گسیل جسم غیرسیاه: $E = \varepsilon E_b$ ⟵ ضریب گسیل پذیر

هرچی سطح براق تر و آینه ای تر باشه کمتره

$\rho + \tau + \alpha = 1$ $\qquad \varepsilon = \alpha$ ـ قانون کیرشهف (تعادل دما)

مستقل از دمای جسم ⟵ ارتباط به دمای سطح تابش

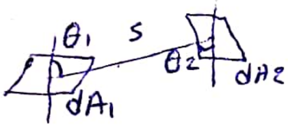
- قانون جابجایی وین: $\frac{dE_{b\lambda}}{d\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda_{max} T = 2897.8\ \mu m.K$
- قانون استفان بولتزمان:
  - $E_b = \int_0^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda = \sigma T^{4}$
  - $Q = \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$
  - $E_{b\lambda_{max}} = 1.286\times10^{-11} T^{5}$

## ① تبادل حرارتی بین سطوح سیاه

$Q_{12} = F_{12}\sigma A_1 T_1^4$

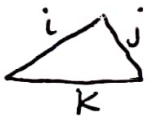
- فرمول کلی فاکتور دید:

$$F_{12} = \frac{1}{A_1}\int_{A_1}\int_{A_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi S^2} dA_1 dA_2$$

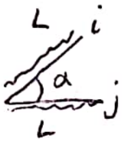


$$\text{if } \theta_1 = \theta_2 = 0 \Rightarrow F_{12} = \frac{A_2}{\pi S^2}$$

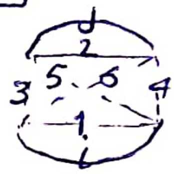
- قوانین فاکتور دید:
  - قانون جمع $\left(\sum_{j=1}^{n} F_{ij} = 1\right)$
  - قانون تقابل: $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$
  - قانون تقارن
  - قانون جمع اثر



$F_{ij} = \frac{L_i + L_j - L_k}{2L_i}$ ,



$F_{ij} = 1 - \sin(\frac{\alpha}{2})$ , $F_{ij} = \frac{(L_5 + L_6) - (L_3 + L_4)}{2L_1}$



## ② تبادل حرارتی بین سطوح غیرسیاه

$E_b$ —/\/\/\— $J$ $\qquad$ $J_1$ —/\/\/\— $J_2$

مقاومت سطحی $= \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A}$ $\qquad$ مقاومت فضایی $= \frac{1}{A_1 F_{12}}$

- بین دو سطح: $Q = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{R} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$

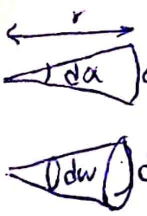
- نکات کاربردی:
  - سطح عایق:
    - Q خارج نمی شه (مقاومت سطحی خیلی زیاد)
    - $J$ و $E_b$ روی هم میفتن
  - سطح وسیع:
    - مقاومت سطحی صفره
    - $J$ و $E_b$ روی هم میفتن

- حالات خاص:
  - جسم سیاه $(\varepsilon = 1)$
  - هم جنس $(\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon)$
  - به هم دید کامل دارن $(F_{12} = F_{21} = 1 , A_1 = A_2 = A)$

- سپر تشعشی ⟵ ماکزیمم تا n سپر: $R' = (n+1)R$ , $Q' = \frac{1}{n+1} Q$

- سطح بازتابنده:
  - $\alpha = \varepsilon \simeq 0 , \rho \simeq 1$
  - مقاومت سطحی بی نهایت
  - پوشش عایقه

## ③ شدت تشعشع



$d\alpha = \frac{dL}{r}$ [rad]

$d\omega = \frac{dA_n}{r^2}$ [sr]

توان گسیل ⟵ $\frac{E}{I} = \pi$ ⟵ شدت تشعشع

$$dI_\lambda = -K_\lambda I_\lambda dx \Longrightarrow \frac{I_{\lambda x}}{I_{\lambda_0}} = e^{-k_\lambda x} \Longrightarrow \tau_\lambda = e^{-k_\lambda x}$$

$K_\lambda$: قابلیت جذب تک فام گاز

$\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda = 1 - e^{-k_\lambda x}$ ⟵ ضریب گسیل گاز

توانایی برد دار

- دمای گازها:
  - $CO_2$ و $H_2O$ دما $\varepsilon_\lambda < 0.1$
  - دما دو؟: $\varepsilon_\lambda \simeq 0.95$
  - قانون Beer: با افزایش x در جذب توسط گاز، شدت تابش به صورت نمایی کم می شه
  - $N_2$ ، $O_2$ ، $He$ توی دماهای پایین شفافن $(\tau = 1)$
  - $H_2O$ ، $CO_2$ ، $SO_2$ ، $CO$ ، $NH_3$ ، $HCl$ و هیدروکربن های گازی . تشعشع دارن ولی برعکس جامدات تنها محدوده خاصی از λ
  - نور مرئی نه توی بخار آب جذب می شه و نه توی $CO_2$

## ④ کاربردهای تجهیزات

- شیشه‌ی پنجره، محتوی طول موج تشعشع خورشیدی ($0.25-2\ mm$) شفافه ولی توی دمای اتاق کدره

- $CO_2$ در برابر امواج، رفتاری مثل شیشه داره

- اجسام سیاه
  - خورشید در مقابل زمین
  - آسمان بدون ابر کویر

- ترموکوپل:

دمای که دستگاه نشون داده

دمای گاز احتراقی

$$\text{خطای} = T_\infty - T_t = \frac{\sigma \epsilon_t (T_t^4 - T_s^4)}{h}$$

- راه‌های کاهش خطا:
  - براق باشه ($\epsilon\downarrow$)
  - سرعت گاز احتراقی زیاد باشه ($h\uparrow$)
  - استفاده از سپر حرارتی ($R\uparrow$)

- قطر ترموکوپل، اصلاً تأثیری نداره

«حرارت - کوره»

- کوره های دکش طبیعی
  - فشار توی کوره منفیه و باعث می شه که هوای لازم واسه ی احتراق بره تو
  - بعد از احتراق هم که سبک می شه وی رو بالا و از طریق دودکش می ره بیرون
  - $\Delta P \propto H, (T - T_\infty)$

- کوره ها بر اساس انواع سوخت
  - سوخت گاز
    - مثه گاز طبیعی که در صورت اتفاق، مشکلات بهره برداری رو کم می کنه
    - هوای کمتری واسه احتراق نیاز داریم
    - راه های افزایش انتقال حرارت تشعشعی
      - افزایش فشار کوره
      - انتخاب کوره ی بزرگتر
  - سوخت مایع
    - ناخالصی بیشتری دارن
    - باید توی بازه های زمانی کوتاه تری دوده زدایی بشن
  - سوخت جامد

- واسه ی افزایش Q باید ε هم روز یاد کرد

- ε رو فقط واسه ی $H_2O$ ، $CO_2$ و $SO_2$ مدنظر می گیریم (ε با افزایش فشار جزئی، زیاد می شه و مقاومت تابشی کم می شه)

- در صورت عایق کاری دودکش
  - باعث واسه ی انتقال حرارت از توده ی گاز خروجی ایجاد می شود
  - گاز خروجی گرم تر می شه ← نیروی شناوری دارد بیشتر می شه ← مکش راحت تر انجام می شه

- مبانی طراحی دودکش
  - قطر بر اساس دبی (سرعت) گاز
  - ارتفاع بر اساس افت فشار